Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 14 (1912)
Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Kapitel: Sur la topologie des courbes interscendantes.
Autor: Loria, G.

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 16.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

commun distinct de G, ne peut, en particulier, contenir F″, c'est-à-dire un point quelconque du prolongement du segment $\overline{EB}$.

La troisième des propriétés exprimées dans l'axiome planaire de M. Peano est donc bien démontrée en fonction des deux premières et de celles qui sont exprimées par l'axiome d'ordre rappelé plus haut et par l'axiome d'après lequel *une droite est définie par deux quelconques de ses points.*

G. Combebiac (Limoges).

Sur la topologie des courbes interscendantes.

Extrait d'une lettre de M. G. Loria à Gênes,
à propos d'une Note de M. Turrière (Poitiers).

...Les remarques très sensées de M. Turrière sur les « courbes transcendantes et interscendantes » (*L'Enseignement mathématique*, T. XIV, p. 209) m'entraînent de nouveau dans un champ de recherche où je me suis tenu pendant longtemps et dans lequel je reviens toujours avec plaisir. « J'y suis, j'y reste » pour observer qu'une phrase écrite par ce géomètre a besoin, si je ne me trompe, d'un commentaire pour être comprise à sa juste valeur.

En effet, M. Turrière dit que les paraboles $y = x^m$, m étant un nombre rationnel, s'approchent de plus en plus de la courbe $y = x^{\sqrt{2}}$; or je dis qu'il faut se restreindre à ce qui arrive dans l'angle des coordonnées positives. Pour le prouver, il faut et il suffit de considérer ce qui suit :

1° Suivant que le nombre positif $m \gtrless 1$, et suivant la forme arithmétique de son expression réduite à ses termes moindres, les paraboles $y = x^m$ se présentent sous une des SIX formes données par les figures ci-jointes :

2° Si on développe 2 en fractions continues on trouve

$$1 + \frac{1}{2 +} \frac{1}{2 +} \frac{1}{2 +} \dots .$$

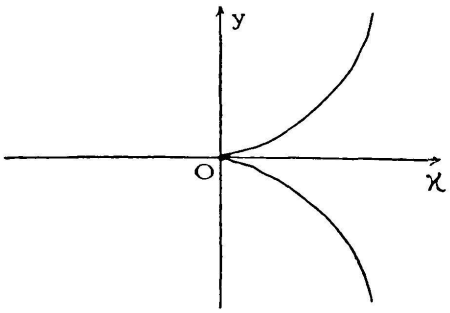
Les premières réduites sont 1, $\frac{3}{2}$, $\frac{5}{7}$, $\frac{17}{12}$ et les réduites suivantes ont alternativement les formes

$$\frac{2h+1}{2k+1} \quad \text{et} \quad \frac{2h+1}{2k}$$

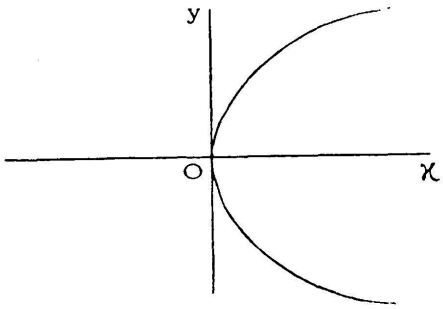
comme il s'ensuit de la loi de formation des réduites.

Si donc on s'arrête à une réduite de rang impair on a comme « courbe approchante » de la courbe $y = x^{\sqrt{2}}$ une courbe qui a la

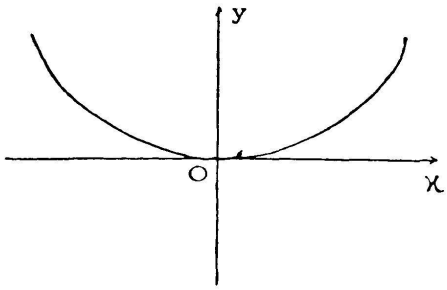
forme donnée par la fig. 6 ; si au contraire on s'arrête à une réduite de rang pair on trouve que la « courbe approchante » a la forme donnée par la fig. 4. Ces deux formes coïncident dans l'angle $\overset{+}{X}O\overset{+}{Y}$, mais sont tout à fait différentes dans les autres régions du plan, de manière qu'on ne peut parler de limite de ces



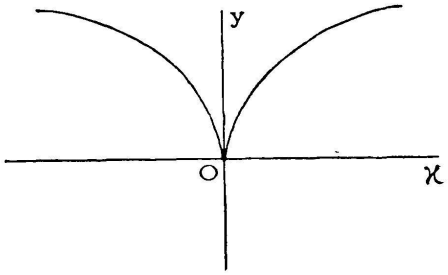
(Fig. 1) : $m = \frac{2h}{2k+1} < 1$.



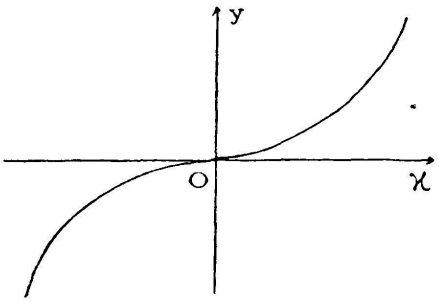
(Fig. 2) : $m = \frac{2h}{2k+1} > 1$.



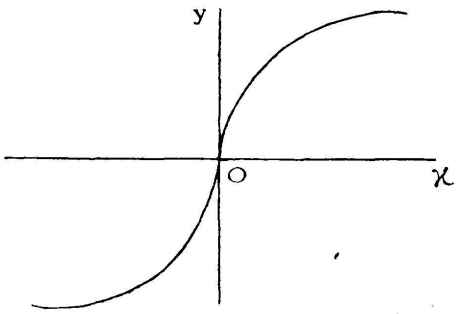
(Fig. 3) : $m = \frac{2h+1}{2k} < 1$.



(Fig. 4) : $m = \frac{2h+1}{2k} > 1$.



(Fig. 5) : $m = \frac{2h+1}{2k+1} < 1$.



(Fig. 6) . $m = \frac{2h+1}{2k+1} > 1$.

courbes que dans l'angle de coordonnées positives. On peut généraliser ce résultat à toutes les courbes $y = x^m$ en remarquant que x^m, lorsque m est un nombre irrationnel, est une « fonction bien définie » seulement pour les valeurs positives de x. Cela prouve que la topologie des paraboles interscendantes est bien différente de celle des paraboles algébriques, car celles-là, à dif-

férence de celles-ci, présentent à l'origine un *point d'arrêt*. Je crois que des phénomènes analogues, mais plus compliqués, se présenteront en d'autres courbes interscendantes, par exemple dans la courbe

$$y = \frac{x}{2\sqrt{2}}\left(ax^{\sqrt{2}} - \frac{1}{ax^{\sqrt{2}}}\right),$$

rappelée par M. Turrière et qui serait digne d'une étude détaillée au point de vue de la forme. On peut dire même en général que, si les courbes interscendantes ont été peu considérées, leur topologie est toute à faire...

G. Loria (Gênes).

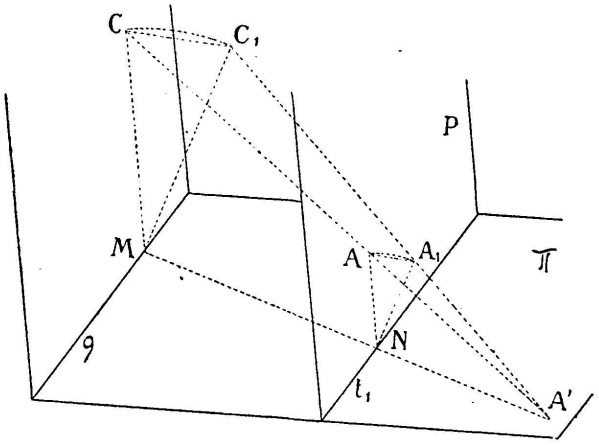
Une démonstration élémentaire du théorème fondamental de la collinéation centrale.

A propos d'un article de M. L. Crelier (Bienne).

Dans un article intitulé Les figures collinéaires (*L'Enseignement mathématique*, XIVe année, p. 121), M. Crelier publie un chapitre de géométrie élémentaire avec le but de présenter la collinéation centrale d'une manière élémentaire. Dans ce qui suit, j'exposerai une démonstration élémentaire du théorème fondamental de la collinéation centrale, que M. Crelier avait aussi touché.

Le théorème est le suivant :

Deux figures collinéaires restent collinéaires si l'on fait tourner d'un angle quelconque le plan de l'une autour de l'intersection des deux plans. Le centre tourne en même temps et en même sens du même angle autour du premier axe secondaire.



Soit (fig) le point A′ du plan π comme projection centrale du point A situé dans le plan P, relativement au centre C. Faisons tourner P d'un angle φ autour de t_1 et en même temps et dans le