Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 14 (1912)

Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Buchbesprechung: Alf Guldbekg und Georg Wallenberg. — Théorie der linearen Differenzengleichungen. — 1 vol. gr. in-8 de XIV-288 pages; 10 M.; B. G. Teubner, Leipzig, 1911.

Autor: Buhl, A.

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 03.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Annuaire du Bureau des Longitudes pour l'année 1912. — 1 vol. in-16 de 750 p.; 1 fr. 50, franco 1 fr. 85; Gauthier-Villars, Paris.

L'Annuaire du Bureau des Longitudes pour l'année 1912 vient de paraître. Cet excellent Recueil renferme cette année, après les documents astronomiques, des Tableaux relatifs à la Physique et à la Chimie, aux Etoiles variables.

Cet Ouvrage ne se trouvera pas seulement sur la table du technicien, du physicien, du mathématicien; chacun voudra le consulter pour avoir sous les yeux la liste des constantes usuelles, et aussi pour lire les intéressantes Notices de cette année : celle de M. Bigourdan sur la *Température moyenne en France* et de M. P. Hatt, *Notions sur la Méthode des moindres carrés.*

R. Guimaraes. — **Les Mathématiques en Portugal.** Appendice II. — 1 vol. in-8., 107 p.; Imprimerie de l'Université, Coïmbre 1911.

Ce fascicule contient des titres de plusieurs écrits omis dans le premier volume (42 p.). Il contient ensuite l'index des noms d'auteurs, une table générale des matières et un important errata (3 p.). Ce fascicule est un complément indispensable de l'utile ouvrage que nous avons analysé (E. M. n° de mars 1910) et qui a été d'ailleurs très favorablement apprécié et accueilli. Nous adressons de nouveau nos félicitations à l'auteur. Er. Lebon.

Alf Guldberg und Georg Wallenberg. — **Theorie der linearen Differenzengleichungen.** — 1 vol. gr. in-8 de XIV-288 pages; 10 M.; B. G. Teubner, Leipzig, 1911.

Ce volume est une exposition merveilleusement esthétique et claire de la théorie des équations aux différences finies. Les traités sur le sujet, tel celui de Markoff, n'abondent pas et bien des recherches de Boole, Bortolotti, Casorati, Guichard, Heymann, Horn, Jensen, Lerch, Mellin, Nielsen, Nörlund, Petersen, Pincherle, Poincaré, Seliwanoff, Spitzer, Torelli, etc., restaient jusqu'ici isolées.

Dans le présent ouvrage les auteurs ont cherché à faire une théorie d'ensemble construite, autant que possible, sur le modèle de celles des équations différentielles linéaires. Le grand Traité de Schlesinger les a même visiblement inspirés. Les différences considérées sont toujours relatives à une variation d'une unité de la variable x. Et comme ces différences Δ s'expriment immédiatement à l'aide des valeurs

$$y_{x+n}, \quad y_{x+n-1}, \quad \ldots, \quad y_x$$

de la fonction inconnue, l'équation linéaire générale pourra toujours s'écrire

$$(1) \qquad P(y_x) \equiv y_{x+n} + p_x^{(1)} y_{x+n-1} + \ldots + p_x^{(n)} y_x = p_x$$

les p étant des fonctions données, rationnelles de préférence.

Avec beaucoup de sagacité, les auteurs n'ont pas cherché à débuter par des généralités. Ils prennent au contraire des équations simples, telles

$$(2) \qquad y_{x+1} - y_x = 0$$

et font remarquer qu'elles définissent des fonctions déjà très générales, ce qui donne immédiatement l'envie de considérer des équations plus complexes dans l'espoir, non déçu, d'apercevoir sans peine des fonctions plus générales encore.

Ainsi (2) définit toutes les fonctions périodiques ω, la période pouvant toujours être représentée par *un*, et comme la fonction ω reste constante pour une infinité de valeurs x toutes distantes de l'unité, on conçoit déjà que, dans le nouveau calcul, les fonctions périodiques joueront un rôle analogue à celui joué par les véritables constantes dans la théorie des équations différentielles ordinaires.

Viennent ensuite les équations équivalentes (si on prend les logarithmes dans la première) :

$$y_{x+1} = p_x y_x \qquad \text{ou} \qquad y_{x+1} - y_x = p_x ,$$

déjà étudiées par M. Guichard à l'aide du calcul des résidus, ce qui peut conduire aux célèbres formules sommatoires de Plana-Abel et d'Euler. L'équation particulièrement simple $y_{x+1} = xy_x$ définit la fonction Γ dont toute la théorie tient en quelques pages. Et alors il est encore impossible de ne pas remarquer que des équations plus générales du type (1) doivent définir des fonctions qu'on peut aussi considérer comme des généralisations de Γ.

Quant aux généralités présentées par le premier membre de (1), il y a d'abord des propriétés qui rappellent celles de simples polynômes. Les expressions aux différences sont susceptibles d'une représentation symbolique qui fait, par exemple, qu'on peut les décomposer en facteurs. Parallèlement à la théorie des équations différentielles linéaires on peut abaisser l'ordre d'une équation (1) quand on en connaît une solution particulière. De même, du cas où le second membre p_x est nul, on passe à l'équation complète par des méthodes qui rappellent point par point la méthode de la variation des constantes, due à Lagrange. Enfin les équations aux différences possèdent des groupes qui permettent de prévoir et de classer leurs procédés d'intégration.

Ne pouvant m'étendre davantage sur ces généralités, je dédommagerai le lecteur en lui signalant de fort jolies propriétés des équations qui s'intègrent par des expressions analytiques élémentaires, telles les équations à coefficients constants. De telles équations lient, par exemple, les termes des séries récurrentes. Ainsi la suite de Fibonacci

$$0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, \ldots$$

correspond à l'équation

$$y_{x+2} = y_{x+1} + y_x$$

qui intégrée donne

$$y_x = \frac{1}{\sqrt{5}}\left[\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^x - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^x\right].$$

Citons encore le problème de Boole : n rayons de polygone régulier tournent autour du centre ce qui définit, pour une courbe fixe, n rayons

vecteurs ; trouver une courbe telle que la somme de ces rayons reste constante. Pour $n = 2$ on trouve une conchoïde de cercle.

Les équations à coefficients linéaires peuvent s'intégrer par des intégrales définies tout comme dans le cas d'équations différentielles et enfin d'autres s'intègrent par des séries, ce qui fournit notamment l'occasion de considérer des équations aux différences du type hypergéométrique. Certaines solutions divergent toujours mais possèdent la convergence asymptotique au sens de M. Poincaré.

Je regrette la brièveté d'un résumé qui, faute de place, laisse de côté bien des choses des plus simples et des plus élégantes. Le livre en est rempli. Espérons que de nombreux lecteurs sauront s'en apercevoir.

A. Buhl (Toulouse).

Sir Thomas L. Heath. — **Diophantus of Alexandria.** A Study in the History of Greek Algebra. Second Edition. — 1 vol. 8°, 887 p. ; University Press, Cambridge.

La première édition de cet ouvrage fut publiée en 1885 ; elle s'épuisa en quelques années. D'importants travaux ayant été consacrés à Diophante depuis une vingtaine d'années, il y avait un réel intérêt pour tous les historiens des mathématiques à posséder une nouvelle édition de cette intéressante étude.

L'Ouvrage comprend trois parties. La première débute par une étude sur Diophante et ses travaux : elle donne la liste des manuscrits et des écrits relatifs au savant grec, les notations et définitions qu'il a introduites, ses méthodes de résolutions pour les opérations, les porismes et propositions de son arithmétique.

La seconde partie est presque entièrement consacrée à l'*Arithmétique* de Diophante : problèmes du 1er degré, du 2me degré et de degrés supérieurs avec les applications.

La troisième partie contient des Notes sur les solutions données par Fermat et Euler aux problèmes difficiles posés par Diophante. On y trouvera des comparaisons d'un grand intérêt entre les méthodes des anciens et celles des algébristes depuis Fermat et Euler à nos jours.

Ern. Lebon. — **Gabriel Lippmann.** Biographie, Bibliographie analytique des écrits. (Collections des *Savants du Jour*). — 1 vol. in-8, de VIII-70 p. ; avec un portrait ; 7 fr. ; Gauthier-Villars, Paris.

En présentant à l'Académie des Sciences, dans la séance du 17 juillet 1911, la Notice sur Gabriel Lippmann, dont M. Ernest Lebon vient d'enrichir sa Collection bien connue des *Savants du Jour*, M. Gaston Darboux, Secrétaire Perpétuel, s'est exprimé en ces termes :

« Cette Notice nouvelle est composée avec le même soin, avec le même « souci de l'exactitude et selon la même méthode que les Notices précédem- « ment parues. Nous y signalerons plus particulièrement les détails si intéressants et si curieux que donne M. E. Lebon sur la jeunesse et les pre- « mières études de notre illustre Confrère, sur les séjours qu'il a faits dans « les Universités étrangères, sur l'accueil qu'il y reçut des savants les plus « éminents ; Kirchhoff et Helmholtz en particulier...

« M. Ernest Lebon ne néglige pas de nous faire connaître la genèse des « plus belles découvertes de Gabriel Lippmann, il nous donne une longue