Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 15 (1913)
Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: EXCENTRICITÉS ET MYSTÈRES DES NOMBRES
Autor: Loria, Gino
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-14856

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 11.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

EXCENTRICITÉS ET MYSTÈRES DES NOMBRES [1]

« La source de toutes les mathématiques se trouve dans les nombres entiers ».

MINKOWSKI.

1. Durant un séjour prolongé dans une station balnéaire très fréquentée, où les patients ne font en général que de brèves cures, je fus frappé du très grand nombre de personnes qui défilèrent sous mes yeux. Ce nombre me paraissant énorme, j'eus la curiosité de m'informer auprès de la Direction des Bains et j'appris que durant les meilleures saisons le nombre des visiteurs n'atteignait pas dix mille, de sorte que je ne pouvais en avoir vu plus de cinq mille : je conçus de ce fait un respect considérable pour le nombre cinq mille et je remarquai que je devrais assister à toutes les saisons d'un siècle entier pour voir un million d'hommes et me former une conception de ce nombre *un million* que beaucoup prononcent, croyant en avoir une idée précise alors qu'ils ne font que répéter un mot entendu dès leur enfance. Je reconnus que la Nature m'ayant assez libéralement accordé l'Intuition géométrique m'avait en revanche refusé le don correspondant en Arithmétique, si bien que le regretté Georges Darwin n'eût pas manqué de déclarer mon « œil mathématique » ouvert à moitié seulement.

2. Je me suis aperçu depuis que cette incapacité de concevoir le nombre correspondant à une énorme totalité d'individus doit être un patrimoine commun de toute l'humanité et ceci explique les expédients auxquels on recourt pour aider à concevoir de nombres très grands. Ainsi lorsque l'administration du Palais de cristal à Londres publia, en 1864, que, durant ses dix premières années d'existence, l'établissement avait reçu Quinze Millions de visiteurs, elle exposa un ruban de coton sur lequel Un Million de points noirs étaient régulièrement disposés. Un amateur de statistique ayant calculé approximativement combien l'ensemble des œuvres écrites par les hommes, depuis la Création, remplirait de

[1] Résumé d'une conférence présentée par M. Gino LORIA au 3e Congrès de la Société « Mathesis », à Gênes, le 22 octobre 1912. — Traduction de M. Eug. CHATELAIN, Dr ès sc., La Chaux-de-Fonds (Suisse).

volumes in-8°, obtint un nombre si énorme que pour en donner une idée il dut ajouter qu'une personne lisant un de ces volumes par jour en aurait pour Trente Mille ans.

3. Après m'être persuadé que les collections d'hommes ou d'objets ne facilitaient pas la conception des grands nombres abstraits (au contraire!), je voulus recourir à faire correspondre aux nombres des intervalles de temps, ainsi que Hamilton me paraît en suggérer l'idée lorsqu'il dit : « l'Algèbre, la science du temps pur ». Je me préparais une désillusion. Une minute passe si rapide qu'on est porté à penser qu'Un Milliard de minutes ne constituent pas une période très considérable et pourtant Hermann Schubert a calculé que le 28 avril 1902, à 10 h. 40 du matin, un milliard de minutes s'étaient écoulées depuis la naissance du Christ. Passons en revue les bouleversements politiques et sociaux survenus durant ce temps, l'énorme travail accompli dans les Arts de la Paix et de la Guerre, dans les Sciences, pures et appliquées, dans l'Industrie et le Commerce, tenons compte des époques de torpeur et de folie furieuse, où l'on a détruit ce que les ancêtres avaient bâti, nous devons reconnaître qu'un milliard de minutes est un temps beaucoup plus formidable que nous n'aurions pu le supposer et que Un Milliard est une totalité plus énorme que n'en jugent même ceux qui en ont fait leur blason.

On ne se heurte pas à de moindres difficultés si l'on appelle l'Espace au secours de la représentation des nombres. Qui saurait concevoir la plus modeste des longueurs considérées en Astronomie ? La distance qui sert de base, celle qui sépare la Terre du Soleil est en moyenne de 150 Millions de Kilomètres. Une automobile qui ne s'arrêterait pas pourrait parcourir cette distance en 340 ans, à l'allure de 50 km. à l'heure.

4. Cette difficulté à concevoir les très grands nombres a été observée dès la plus haute Antiquité. L'Ecriture Sainte ne cite jamais de nombre supérieur à Dix Mille. Les Babyloniens ne se risquèrent jamais au delà de Cent Mille. En écriture hiéroglyphique égyptienne Un Million est représenté par un homme qui lève les bras en signe d'extrême étonnement. Les Chinois atteignirent le nombre formé de Un suivi de quatorze zéros, et les Hindous allèrent jusqu'à Un suivi de vingt et un zéros, mais il est permis de douter qu'ils aient effectivement conçu des grandeurs aussi stupéfiantes.

Les contemporains d'Archimède n'ont pas surmonté ces obstacles; épuisés par l'effort immense qu'ils devaient faire pour arriver à une certaine limite, ils préfèrent ne pas la dépasser et s'abîmer dans l'infini; en effet, dans une de ses œuvres, l'*Arenarius*, Archimède s'efforce de démontrer qu'il est erroné de considérer comme infini le nombre des grains de sable qui constituent le fond de la mer. Dans ce but, l'illustre Syracusien imagina un système de

numération excessivement ingénieux qui lui permettait de représenter graphiquement tous les nombres jusqu'à celui que nous écririons Un suivi de 80 Mille Millions de zéros.

5. Les énormes difficultés rencontrées par la plupart de ceux qui veulent se faire une image claire de très grands nombres prouvent que l'intuition arithmétique est une faculté beaucoup plus rare que l'intuition géométrique. Les calculateurs célèbres qui étonnèrent le monde ont sans doute développé par un savant entraînement une qualité latente très rare et l'on pourrait rechercher et étudier les procédés développant l'intuition arithmétique, correspondant à ceux que l'on connaît dans le domaine de la Géométrie. Pour comprendre l'importance de cette action il suffit de se souvenir que la « myopie arithmétique » si répandue cause la stupéfaction et l'incrédulité que rencontrent les résultats d'opérations arithmétiques fort simples. C'est l'occasion de répéter avec Bacon : « l'Etonnement est père de Science », mais c'est le cas d'ajouter qu'il est fils de l'Ignorance.

Un des plus anciens exemples d'opération apparemment enfantine, mais à résultat stupéfiant, est la récompense si connue que Sissa ben Daher l'inventeur du jeu d'échecs demanda à son roi : Un grain de blé sur la première case de l'échiquier, deux sur la deuxième, quatre sur la troisième et ainsi de suite en doublant le nombre de grains de case en case jusqu'à la soixante-quatrième. La quantité de blé demandée sous cette apparente modestie formerait une couche de un centimètre d'épaisseur sur toute la surface de la Terre. Ce résultat merveilleux est devenu proverbial.

D'ailleurs ce n'est pas sans scepticisme que beaucoup de personnes apprirent en 1871 que la France eût possédé l'indemnité de guerre de cinq milliards si, en 1413 (peu après la mort de Jeanne d'Arc), le roi Charles VII avait eu la précaution de placer Un franc à intérêts composés à 5 %.

L'analyse combinatoire conduit plus encore que les progressions à des nombres inconcevables. Le nombre de groupes que l'on peut former avec un ensemble assez restreint d'éléments est énormément plus grand que le vulgaire n'imagine. C'est sur cette ignorance que sont basés la plupart des tripots (loto, etc.), officiels ou clandestins, qui distribuent des sommes toujours dérisoires aux naïfs alléchés par le mirage de la fortune.

C'est encore à cause de cette ignorance qu'on se demande quelquefois si le nombre de motifs musicaux, combinaisons qu'on peut former avec les 7 notes de la gamme, ne sera pas épuisée bientôt; mais, que les jeunes compositeurs se rassurent, le nombre des combinaisons encore inédites obéissant aux lois de l'Harmonie est assez formidable pour qu'on ose attendre encore d'innombrables chefs-d'œuvre.

6. Pour faciliter la conception des nombres de la série naturelle

on a coutume de les représenter par des points équidistants d'une droite indéfinie; on est amené presqu'inconsciemment à choisir les intervalles de séparation égaux entre eux; mais tandis que les différents points d'une droite ne se distinguent les uns des autres que par leur position, les nombres correspondants ne diffèrent pas seulement par la grandeur, chacun d'eux possède des qualités spécifiques qui le caractérisent; on a donc fait correspondre l'homogène à l'hétérogène; par suite cette correspondance est grossière, infidèle, elle ne tient nul compte de l'essence même des notions à représenter.

Comme exemple de ces propriétés distinctives, rappelons qu'Edouard Lucas a démontré que *Cinq* est le seul nombre qui soit somme des carrés de deux nombres consécutifs et dont le carré puisse être exprimé de la même manière ($5 = 1^2 + 2^2$; $25 = 3^2 + 4^2$). Il a démontré encore que *Sept* est le seul nombre égal au double d'un carré moins un et dont le carré puisse être représenté de la même manière ($7 = 2.2^2 - 1$; $49 = 2.5^2 - 1$).

Cette grande diversité entre les propriétés des éléments de la suite naturelle des nombres a enrichi la Théorie des Nombres de tout un monde de propositions excessivement curieuses dont l'énoncé est intelligible à chacun, que chacun peut vérifier facilement sur d'innombrables exemples, que chacun croit pouvoir démontrer immédiatement, tandis qu'elles dissimulent des difficultés aussi graves qu'insoupçonnées. L'amour des généralisations audacieuses est si vif chez les mathématiciens que des savants pourtant perspicaces se sont laissé entraîner dans ce domaine à des affirmations que la postérité ne put confirmer; aussi doit-on, en Théorie des Nombres plus que dans aucune autre discipline, tenir en rigoureuse quarantaine toute proposition qui ne serait pas accompagnée d'une démonstration impeccable.

Dès les plus élémentaires recherches arithmétiques on perçoit l'hétérogénéité complète de la suite naturelle des nombres et la nécessité d'une classification.

On attribue à Pythagore la distinction entre nombres pairs et impairs, mais elle ne peut avoir échappé à aucun peuple tant soit peu civilisé. Cette distinction est fondamentale, non seulement au point de vue purement arithmétique, mais encore dans des domaines bien éloignés. Ainsi les Quadriques d'un espace linéaire jouissent de propriétés toutes différentes selon que les dimensions de l'espace sont en nombre pair ou impair; de même la Cinématique d'un espace linéaire présente des phénomènes radicalement différents suivant que l'espace a un nombre pair ou un nombre impair de dimensions. Et dans la théorie des Déterminants d'ordre supérieur, on ne peut éviter de distinguer le cas où cet ordre est indiqué par un nombre pair du cas où il est désigné par un nombre impair.

7. La distinction entre les nombres Premiers et les nombres Composés est aussi ancienne et plus féconde encore que la précédente. Lorsqu'on parcourt la suite naturelle en soulignant ceux de ses éléments qui sont nombres premiers on s'aperçoit qu'à mesure qu'on avance les éléments soulignés deviennent de plus en plus rares et l'on peut se demander si, au delà d'une certaine limite ne se trouvent plus que des nombres composés. Cette question s'est posée aux Anciens déjà, puisqu'Euclide a jugé bon d'y répondre en montrant comment on peut constituer une suite illimitée de nombres tous premiers, ce qui permet de dire que la progression arithmétique ayant l'unité comme premier terme et comme raison contient une infinité de nombres premiers. En est-il de même de toute progression arithmétique ? Il est évidemment *nécessaire* que le premier terme et la raison soient premiers entre eux, mais cette condition est-elle *suffisante* ? Legendre l'avait admis et Lejeune-Dirichlet l'a démontré en une impressionnante application de l'Analyse infinitésimale à l'Arithmétique. La démonstration ne remplit pas moins de 26 pages in-4° et ne révèle pas la raison intime de la vérité qu'elle établit, ainsi qu'il arrive toujours lorsqu'un raisonnement utilise des considérations n'ayant pas de liens visibles avec le but qu'il se propose. On attend encore la démonstration arithmétique de la présence d'une infinité de nombres premiers dans toute progression arithmétique ou la preuve que cette démonstration est impossible par un raisonnement exclusivement arithmétique.

D'autres points de la Théorie des Nombres ont été longtemps ou sont encore entourés de mystère. En 1845, Joseph Bertrand, au cours de recherches sur la Théorie des Substitutions, fut conduit à admettre que « si n désigne un nombre supérieur à 7 il existe toujours un nombre premier entre $\frac{n}{2}$ et $n - 2$ » ; bien que persuadé de l'exactitude de cette proposition il ne réussit pas malgré ses efforts réitérés à la démontrer et il la publia sous le nom de Postulat. Une dizaine d'années plus tard le géomètre russe Tchebycheff imagina une démonstration rigoureuse et fit de ce Postulat un véritable Théorème.

Vers le milieu du XVIIIe siècle Goldbach constata sur beaucoup de nombres pairs qu'ils étaient tous décomposables en somme de deux nombres premiers. Léonard Euler se déclara persuadé qu'il s'agissait là d'une véritable Loi, absolument générale, mais il ne parvint pas à la démontrer. A la fin du siècle passé Georges Cantor, aidé par un de ses disciples, établit expérimentalement l'exactitude de la loi de Goldbach pour les nombres inférieurs à 3000. Nous attendons de futurs chercheurs qu'ils démontrent logiquement cette loi ou qu'ils indiquent les cas où elle serait en défaut, et encore qu'ils décident de la généralité de la proposition ana-

logue proposée par le prince de Polignac : Tout nombre premier peut être considéré comme différence de deux nombres premiers.

En 1878, un mathématicien anglais, Glaisher, examina les couples de nombres impairs consécutifs tous deux premiers comme 11 et 13 ou 29 et 31 et constata qu'entre 1 et 100,000 il y a 1125 de ces couples, tandis qu'entre 1,000,000 et 1,100,000 il n'y en a que 725 et même qu'entre 8,000,000 et 8,100,000 leur nombre n'est plus que 518. Cette observation nous amène à nous demander si à partir d'une certaine limite on ne trouve plus aucun de ces couples. C'est de nouveau une question qui n'a pas encore reçu de réponse.

8. Pour faire pendant à ces Théorèmes dont l'énoncé paraît élémentaire mais dont la démonstration est singulièrement ardue nous avons des Problèmes d'apparence très simples et dont la solution présente des difficultés exceptionnellement graves lorsque les nombres donnés sont très grands.

Dans ce genre, les deux questions connexes de la décomposition d'un nombre en ses facteurs premiers et de l'établissement d'un critère sûr pour reconnaître si un nombre est premier, sont typiques. L'Antiquité eut déjà conscience des difficultés de la seconde question et le géomètre Erastothène, de l'école d'Alexandrie, en proposa une solution empirique : son célèbre « Crible » établissant une table des nombres premiers.

Tous les traités d'Arithmétique, même les plus élémentaires, exposent la solution du premier problème. Cette méthode, dont l'origine se perd dans la nuit des temps, ne rend que des services d'une valeur discutable lorsqu'il s'agit de décomposer un très grand nombre en ses facteurs premiers, preuve en soit la curieuse erreur commise par Jean Bernoulli (le troisième de ce nom) en prétendant que $10^{11} + 1$ n'admet que les facteurs premiers 11 et 23, alors que ce nombre en possède encore 2 autres de 4 chiffres chacun.

On peut croire que Fermat ait été en possession d'une méthode satisfaisant pleinement aux exigences de la pratique lorsqu'on songe à l'impressionnante désinvolture avec laquelle il répondit au Père Mersenne que le nombre de 12 chiffres 100,895,598,169 est le produit des 2 nombres de 6 chiffres chacun : 898,423 et 112,203.

Un des plus intrépides calculateurs que l'humanité ait connu : Landry, à qui nous devons la décomposition en facteurs premiers de tous les nombres de la forme $2^n \pm 1$ pour toutes les valeurs de n inférieures à 64, a déclaré que de toutes les décompositions effectuées celle qui avait exigé le plus de patience est celle du nombre $2^{58} + 1$ dont les deux derniers facteurs ont chacun 9 chiffres, leur produit qu'il s'agissait de décomposer est le nombre de 17 chiffres : 57,646,075,230,342,349. Voilà qui donne une idée de la difficulté du problème et qui fit déclarer à Landry qu'on ne

pourrait retrouver ces facteurs de fort longtemps s'ils venaient à se perdre. Il y aurait matière à une monographie aussi intéressante qu'utile à rassembler, à coordonner avec beaucoup d'art et de science les procédés utilisés pour venir à bout de ces difficultés pour des nombres d'une forme particulière.

Les merveilleuses méthodes analytiques utilisées dans l'étude de la répartition ou « fréquence » des nombres premiers sont exposées dans les remarquables travaux de Gabriel Torelli et d'Edmond Landau.

Faute d'un critère certain permettant de reconnaître si un nombre est premier ou d'une expression analytique comprenant tous les nombres premiers et aucun autre, bon nombre de problèmes très importants attendent en vain leur solution. Pour nous conformer au précepte de Newton : Exempla plus prosunt quam præcepta ! citons quelques faits.

Gauss a démontré que les polygones réguliers que l'on peut construire à l'aide de la règle et du compas sont ceux dont le nombre de côtés est premier et de la forme $2^{2^{\mu}} + 1$; or pour $\mu = 1$, 2 ou 3 la formule donne les nombres 5, 17, 257 qui sont premiers. Fermat croyait qu'il en allait de même pour toutes les valeurs de l'exposant, mais on ne tarda pas à s'apercevoir de son erreur, car en 1732 Euler démontra que $2^{32} + 1$ est divisible par 641. Eisenstein affirma plus tard que la formule de Gauss embrasse une infinité de nombres premiers, mais jusqu'à ce que ce fait soit démontré nous ignorerons si les polygones réguliers constructibles élémentairement sont en nombre limité ou illimité.

Les Nombres Parfaits (qui sont égaux à la somme de leurs diviseurs) que nous connaissons sont pairs, on ne sait s'il y en a d'impairs, et Euclide a montré qu'ils sont de la forme $(2^n - 1)2^{n-1}$, à condition que $2^n - 1$ soit un nombre premier. Si à partir d'une certaine valeur de n, $2^n - 1$ est toujours composé, il n'existe qu'un nombre limité de nombres parfaits; si la formule $2^n - 1$ inclut au contraire une infinité de nombres premiers, les nombres parfaits sont aussi une infinité. Laquelle des deux propositions est vraie ? Mystère !

9. L'extraordinaire fécondité de la décomposition des nombres en leurs facteurs premiers a éveillé l'idée d'étudier des décompositions basées non plus sur la multiplication mais sur l'addition.

Le Théorème de Pythagore avait conduit à la découverte d'une infinité de carrés qu'on peut décomposer en une somme de deux carrés. Plur tard, le Grec Diophante montra la possibilité de transformer dans certains cas une somme de deux cubes en une différence de deux autres cubes, ce qui suggéra la question, dont Euler s'est occupé, de décomposer quand c'est possible un cube en somme de trois autres cubes.

La première décomposition additive applicable à tous les nom-

bres est due à Fermat qui annonça que tout nombre peut être exprimé comme somme de quatre carrés. Lagrange démontra cette vérité. Fermat de plus formula les suivantes : Tout nombre est une somme de trois nombres triangulaires, ou de cinq nombres pentagonaux, etc. Elles furent démontrées par Cauchy.

A la fin du XVIIIe siècle, le géomètre anglais Edouard Waring, signala que tout nombre peut être représenté comme somme d'un nombre déterminé N de puissances n-ièmes. — N a une valeur déterminée pour chaque valeur de n, ainsi pour $n = 2$, $N = 4$ (Théorème de Fermat-Lagrange). Le cas de cette proposition relatif à $n = 3$ (alors $N = 9$) attira l'attention de Jacobi qui, faute d'une démonstration procéda à la vérification expérimentale, avec l'aide du calculateur Dase, pour les nombres inférieurs à 12,000. Un demi-siècle plus tard on reconnut l'exactitude de la loi jusqu'au nombre 40,000.

Il y a quatre ans seulement que David Hilbert a démontré en général le Théorème de Waring à l'aide de l'analyse infinitésimale ; il donnait ainsi une preuve nouvelle des liens intimes qui unissent ce domaine à l'Arithmétique, mais la postérité devra décider si cette intervention de l'analyse infinitésimale est indispensable.

Si important que soit le progrès réalisé par Hilbert, il n'épuise pas les questions ayant le « Problème de Waring » comme noyau : il reste à déterminer la plus petite valeur que peut prendre N pour chaque valeur déterminée de n.

On s'est attaqué à ce problème en adoptant la tactique des approximations successives. Ainsi pour $n = 3$, Waring avait annoncé $N = 9$. Maillet trouva d'abord 17, plus tard Fleck abaissa ce nombre à 13 et finalement Wieferich établit définitivement que $N = 9$, de sorte que l'on peut dire avec certitude que « tout nombre peut être représenté comme somme de neuf cubes ».

De même pour $n = 4$ on a obtenu successivement 53, puis 47, 45, 41, 39, 38 et 37 ; au dire de Waring le minimum serait 19. Si l'on pouvait l'abaisser à 16, tout nombre serait décomposable en une somme de 16 puissances quatrièmes, ce qui donnerait à espérer qu'un jour, sans doute terriblement éloigné, peut-être on pourra dire : « Tout nombre est décomposable en une somme de n^2 puissances n-ièmes ».

10. Ces considérations décèlent l'existence d'une mine abondant en résultats précieux et qui n'attend que d'habiles explorateurs. En effet, en démontrant que *tous* les nombres peuvent être exprimés par une somme de N puissances n-ièmes, on n'exclut pas la possibilité que pour certains nombres de forme particulière il y ait moins de N addendes, ce qui pose le problème général de la détermination du plus petit nombre d'addentes pour des catégories spéciales de nombres. Par exemple : En combien de puis-

sances n-ièmes peut-on décomposer toutes les puissances n-ièmes. Cette question est résolue pour $n = 2$, car on connaît des carrés qui ne peuvent être représentés par moins de 4 carrés, mais on ne sait pas s'il existe des cubes qu'on ne peut obtenir en additionnant moins de 9 cubes. Si l'on arrivait à démontrer que quand n surpasse 2, ce minimum est toujours spérieur à 2 et ne peut s'abaisser jusqu'à 2 pour aucun nombre isolé, on aurait démontré du même coup que la somme de 2 puissances n-ièmes n'est jamais une puissance n-ième (pour n supérieur à 2). C'est le grand Théorème de Fermat, la plus célèbre et la plus obscure énigme des mathématiques. Bien que son auteur se soit prétendu en mesure de le démontrer en quelques pages personne n'est parvenu à reconstituer sa démonstration et les plus éminents chercheurs n'ont pu qu'étendre le champ des valeurs de l'exposant pour lesquels le Théorème est certainement valable et accroître la probabilité qu'il soit général. Existe-t-il un nombre original qui, choisi comme exposant, mettrait en défaut l'assertion de Fermat ? On n'est pas en mesure de le nier ! Des myriades de mathématiciens s'efforcent de dissiper cette incertitude et d'atteindre le sommet du mât de Cocagne où la générosité du docteur Wolfskehl a placé 100,000 Marks.

Dans ce qui précède nous n'avons guère célébré les splendides victoires des Mathématiques ; au lieu de nous élever sur les cîmes déjà conquises, nous nous sommes attardés à contempler les abîmes inexplorés et nous ne saurions mieux conclure qu'en répétant avec Hamlet : « O Horace, il est au ciel et sur la terre plus de mystères que ne l'imagine notre philosophie ! »

Gino Loria (Gènes).