Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 15 (1913)
Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: SUR LES AXES ROTATIFS
Autor: Anspach, Lucien
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-14874

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 02.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

M. Braude, dans son article déjà cité *Ueber die Kurven unter deren Zwischenevoluten sich Kreise befinden.* Ce n'est qu'après l'impression de mon travail, que j'ai eu connaissance de celui de M. Braude. Nos méthodes sont d'ailleurs essentiellement distinctes, puisque M. Braude utilisait l'expression du rayon de courbure de la développée intermédiaire et formait l'équation de la courbe en coordonnées intrinsèques. En ce qui me concerne, au contraire, poursuivant les calculs d'un récent article *Sur les roulettes à base rectiligne* (*Enseignement mathématique,* XVe année, n° 4, p. 319-325, 1913), j'ai utilisé les coordonnées tangentielles, et, désirant généraliser un théorème d'Ossian Bonnet, j'ai établi un mode de génération cinématique des courbes obtenues.

É. Turrière (Montpellier).

SUR LES AXES ROTATIFS

Dans une intéressante étude *Sur les axes principaux d'inertie,* publiée dans l'*Enseignement mathématique* du 15 juillet 1913, M. Bouny établit deux propositions concernant les axes susceptibles d'être axes instantanés de rotation sous l'action d'une percussion [1].

Ces axes, que nous avons proposé d'appeler *axes rotatifs* [2], par opposition aux axes hélicoïdaux (axes de rotation et de glissement) satisfont, comme l'indiquent la plupart des traités de mécanique [3], à la condition nécessaire et suffisante d'être axes principaux d'inertie par rapport à l'un de leurs points.

M. Bouny démontre 1° que dans les ellipsoïdes d'inertie contruits sur les différents points d'un de ces axes, les plans diamétraux conjugués à l'axe sont normaux au plan déterminé par l'axe et par le centre de gravité ; 2° que ces plans diamétraux conjugués forment un faisceau de plans, ayant pour axe la ligne d'action de la percussion correspondante.

---

[1] Pour éviter toute confusion, faisons observer que nos raisonnements s'appliquent à une percussion sollicitant un solide libre dans l'espace et primitivement immobile. Un axe instantané de rotation, réalisé en ce cas, coïncide évidemment avec un axe fixe, dont les réactions sont nulles à l'instant de la percussion.

[2] *Centres de percussion et axes de rotation* (Revue de Mécanique, avril 1911 ; Bulletin technique de l'Association des ingénieurs sortis de l'Ecole polytechnique de Bruxelles, avril 1911).

[3] Cf. Appell, t. II, 3e éd., 1911, n° 512, p. 498 ; Sturm, t. II, 3e éd.. 1875, p. 154 ; Graindorge, 1889, t. II, p. 341, etc., etc.

La première des deux propositions de M. Bouny formule, pour les différents points d'un axe rotatif une propriété que nous avions énoncée pour le centre de gravité[1]. On pourrait fondre les deux énoncés en une proposition unique, d'un caractère plus général, et s'étendant à tous les points du *plan central* de l'axe rotatif. (Pour simplifier les énoncés, nous désignons par plan central d'un alignement un plan déterminé par cet alignement et par le centre de gravité).

Cette proposition généralisée est la suivante : *Dans l'ellipsoïde d'inertie construit sur un point quelconque du plan central d'un axe rotatif, le plan diamétral conjugué à la direction de cet axe est normal au plan central.*

L'auteur de l'article *sur les axes principaux d'inertie* a recours à « un système de référence dont l'axe des z coïncide avec la droite choisie ». Tel est, comme il le rappelle, le procédé suivi dans beaucoup d'ouvrages d'enseignement pour étudier les propriétés des axes rotatifs.

Mais cette question peut se traiter facilement au moyen d'un système de référence dont l'origine coïncide avec le centre de gravité, et dont les axes ne coïncident pas avec les axes de l'ellipsoïde central d'inertie. C'est ce que nous nous proposons de faire voir, tout en faisant ressortir quelques autres propriétés des axes rotatifs.

Remarquons d'abord que les deux lois de perpendicularité et de réciprocité, qui lient entre eux l'axe rotatif et la ligne d'action de la percussion, peuvent s'établir préalablement à toute recherche analytique, et sans faire choix d'aucun système de coordonnées.

En effet, pour constater que la ligne d'action est forcément normale au plan central de l'axe rotatif, il suffit d'invoquer d'une part les principes élémentaires de la dynamique des systèmes, en vertu desquels le centre de gravité d'un solide libre et primitivement immobile se met en mouvement dans la direction de la percussion ; et d'autre part l'axiome de cinématique en vertu duquel tout point commençant à tourner autour d'un axe, se déplace normalement au plan fixe qui le reliait à l'axe.

Quant à la réciprocité des distances de la ligne d'action et de l'axe rotatif à l'*axe central* (axe parallèle à l'axe rotatif, mené par le centre de gravité), elle s'établit en écrivant l'équation du moment des quantités de mouvement autour de l'axe rotatif :

$$M\omega\rho(\rho + r) = M(k^2 + \rho^2)\omega \ ,$$

dans laquelle $M\omega\rho$ est la quantité de mouvement équivalente à

[1] *Bulletin technique*, avril 1911, p. 196.

l'impulsion de la percussion, et égale au produit de la masse totale M par la vitesse linéaire $\omega\varrho$ du centre de gravité, ω étant la vitesse angulaire, ϱ et r, les distances respectives de l'axe rotatif et de la ligne d'action à l'axe central, k le rayon de giration de l'axe central.

Cette formule, en se simplifiant, donne la condition de réciprocité :

$$\varrho r = k^2. \tag{1}$$

Ces recherches préliminaires étant faites, on pourra choisir un système d'axes coordonnés ayant le centre de gravité pour origine, l'axe central pour axe des z, et une parallèle à la ligne d'action pour axe des y. Si l'on désigne par x_0 et x_1 respectivement l'abscisse des différents points de l'axe rotatif, et celle des différents points de la ligne d'action, la formule (1) devient :

$$x_0 x_1 = - k^2. \tag{2}$$

Ce point acquis, on résoudra le problème par l'évaluation des moments des quantités de mouvement autour des axes des y et des x.

Le moment autour des y étant nul en vertu du choix des axes, entraîne l'annulation du produit d'inertie par rapport aux x. On écrira donc, en désignant par m chacune des masses élémentaires :

$$\Sigma myz = 0, \tag{3}$$

Cette formule exprime la condition nécessaire et suffisante pour que le plan diamétral conjugué à l'axe des z dans l'ellipsoïde central d'inertie soit normal au plan central de cet axe.

En conséquence, *la condition nécessaire et suffisante pour qu'un alignement soit axe rotatif, c'est qu'il se trouve dans un plan central perpendiculaire au plan diamétral conjugué à sa direction dans l'ellipsoïde central d'inertie.*

Or, comme cette condition est commune à toutes les droites de même direction contenues dans un même plan central, il en résulte que si une droite est axe rotatif, toutes ses parallèles, appartenant à son plan central, le sont aussi.

Si l'on désigne par I_x, I_y, I_z, p_x, p_y, p_z, respectivement les moments d'inertie et les produits d'inertie par rapport aux trois axes coordonnés, et si l'on tient compte de ce que le produit d'inertie p_x, égal à Σmyz, est nul, l'équation de l'ellipsoïde central est la suivante :

$$I_x x^2 + I_y y^2 + I_z z^2 - 2p_y zx - 2p_z xy = C. \tag{4}$$

Or on sait que dans un ellipsoïde d'inertie construit sur un point quelconque x_0, 0, z_0 du plan des xz (le centre de gravité étant origine) les produits d'inertie par rapport aux x et par rapport aux z conservent les mêmes valeurs que dans l'ellipsoïde central.

Dans un tel ellipsoïde, le terme en $y(z-z_0)$ s'annule, condition nécessaire et suffisante pour que le plan diamétral conjugué à la direction des z soit normal au plan des xz.

En conséquence, *le plan diamétral conjugué à la direction de l'axe rotatif dans tout ellipsoïde d'inertie ayant pour centre un point du plan central est normal à ce plan central.*

Or, dans chacun des ellipsoïdes considérés, le diamètre parallèle aux z étant conjugué à un plan diamétral normal au plan central des xz, est à la fois diamètre de l'ellipse d'intersection avec le plan central, et de l'ellipse de contour apparent sur le plan central[1].

En conséquence, *les axes rotatifs compris dans un plan central donné, coïncident avec les alignements qui joignent les deux points communs à l'ellipse d'intersection et à l'ellipse de contour apparent dans tout ellipsoïde construit sur un des points de ce plan central.*

(On en conclut que si pour un des points du plan central, — et par conséquent pour chacun d'entre eux, — les deux ellipses d'intersection et de contour apparent se confondent, si en d'autres termes le plan central est plan diamétral principal de tous les ellipsoïdes construits sur ses différents points, tous les alignements de ce plan, quelle que soit leur inclinaison, sont axes rotatifs).

D'autre part, toute section plane de l'ellipsoïde, faite normalement au plan central et passant par les points communs à l'ellipse d'intersection et à l'ellipse de contour apparent, a évidemment pour tangentes en ces points des normales au plan central. L'axe rotatif passant par le centre de l'ellipsoïde est donc l'un des axes de cette section elliptique.

En conséquence, *un axe rotatif constitue l'un des axes de la section elliptique faite suivant son alignement, et normalement à son plan central, dans tout ellipsoïde d'inertie construit en un de ses points*[2].

On trouve, par la différentiation de la formule (4), l'équation

---

[1] Cette proposition, qui intéresse tous les ellipsoïdes construits sur des points du plan central, n'avait été formulée dans notre article précédent (*Bulletin technique*, avril 1911, p. 207) que pour l'axe central et l'ellipsoïde central d'inertie.

[2] Dans l'article cité (*Bulletin technique*, avril 1911, p. 208), nous nous étions borné à établir que « tout axe rotatif est parallèle à l'un des deux axes de la section diamétrale (de l'ellipsoïde central) *qui lui fait face* », ou qui, en d'autres termes, est normale à la perpendiculaire abaissée du centre sur cet axe.

du plan diamétral conjugué à l'axe central :

$$\frac{z}{x} = \frac{p_y}{I_z}$$

$$= \frac{p_y}{Mk^2} . \qquad (5)$$

Or, pour tout ellipsoïde construit en un point quelconque, $x_0 z_0$, du plan central, le produit d'inertie par rapport aux y et le moment d'inertie par rapport aux z ont respectivement pour pression :

$$p_y + Mx_0 z_0 , \qquad \text{et} \qquad M(k^2 + x_0^2) .$$

Pour un tel ellipsoïde, l'équation (5) du plan diamétral conjugué se transforme en la suivante :

$$\frac{z - z_0}{x - x_0} = \frac{p_y + Mx_0 z_0}{M(k^2 + x_0^2)} . \qquad (6)$$

Pour trouver l'intersection de deux plans diamétraux conjugués à un même axe rotatif, menés par deux points $x_0 z_0$, $x_0 z'_0$ de cet axe, on égalera les expressions de z tirées de l'équation (6) appliquée successivement à chacun des deux points, ce qui donnera à x et à z des valeurs indépendantes de z_0 et de z'_0 :

$$x = -\frac{k^2}{x_0} = x_1 , \qquad z = -\frac{p_y}{Mx_0} = \frac{p_y x_1}{Mk^2} .$$

La formule (6) permet donc de vérifier la seconde proposition de M. Bouny, en montrant que *tous les plans diamétraux conjugués à un même axe rotatif, dans les ellipsoïdes construits sur ses différents points, se coupent suivant un alignement satisfaisant à la condition de réciprocité et appartenant au plan diamétral conjugué à l'axe central dans l'ellipsoïde central.*

D'autre part, on peut, en se fondant sur la formule (6), déterminer le lieu des points où des plans parallèles entre eux et normaux au plan central sont conjugués ; en d'autres termes le lieu des points où ils sont percés par les axes rotatifs auxquels ils sont conjugués.

Si l'on désigne par φ et α les inclinaisons respectives du plan

diamétral conjugué au centre, et d'un plan diamétral conjugué quelconque, sur le plan des xy, la formule (6) devient :

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{k^2 \operatorname{tg} \varphi + x_0 z_0}{k^2 + x_0^2} .$$

Si l'on donne à α une valeur constante, on forme le lieu :

$$\operatorname{tg} \alpha (k^2 + x^2) = k^2 \operatorname{tg} \varphi + xz \tag{7}$$

de tous les points du plan central pour lesquels le plan diamétral conjugué fait un angle bien déterminé $\frac{\pi}{2} - \alpha$ avec l'axe rotatif correspondant.

Ce lieu est une hyperbole ayant pour asymptotes d'une part l'axe central, d'autre part une parallèle, menée par le centre de gravité, aux traces des plans diamétraux considérés.

On voit que selon l'inclinaison choisie, ces hyperboles, ayant toutes une asymptote commune, forment une famille qui couvre tous les points du plan central. Chacun des plans normaux au plan central est conjugué en un seul point : celui où il est percé par l'hyperbole correspondant à son inclinaison. Les plans qui passent par le centre de gravité ne sont conjugués qu'à l'infini (exception faite pour le plan d'inclinaison φ).

On peut se représenter facilement la disposition de cette famille d'hyperboles en construisant le lieu de leurs sommets : il suffit pour cela d'éliminer α entre l'équation d'une hyperbole et celle de l'ensemble de ses deux axes :

$$\frac{z^2}{x^2} - 2 \frac{z}{x} \operatorname{tg} \alpha - 1 = 0 .$$

Ce lieu est le suivant :

$$2k^2 xz \operatorname{tg} \varphi + x^2 z^2 = k^2 (z^2 - x^2) - x^4 . \tag{8}$$

Il est formé de deux branches qui se coupent à angle droit au centre, et ont l'une et l'autre pour asymptotes les deux parallèles à l'axe central, distantes de celui-ci du rayon de giration k. La branche qui passe dans l'angle aigu formé par l'axe central et la trace du plan diamétral conjugué au centre se développe entre les asymptotes. L'autre branche coupe les asymptotes et se développe ensuite à l'extérieur de celles-ci.

L'équation (8) peut être mise sous la forme :

$$\frac{z}{x} = \frac{k^2 \operatorname{tg} \varphi \pm \sqrt{k^4 \sec^2 \varphi - x^4}}{k^2 - x^2}$$

Si dans cette formule on fait $x^2 = k^2$, et si l'on adopte devant le radical le signe opposé à celui de $\operatorname{tg}\varphi$ (signe qui se rapporte à la branche située dans l'angle obtus) on trouve :

$$\frac{z}{x} = -\frac{1}{\operatorname{tg}\varphi}$$

ce qui détermine les deux points où la courbe coupe les asymptotes.

Si l'on fait $x^2 = k^2 \sec\varphi$, expression dans laquelle on considèrera toujours la sécante comme positive l'angle φ variant entre $-\frac{\pi}{2}$ et $+\frac{\pi}{2}$), on trouve :

$$\frac{z}{x} = -\frac{\operatorname{tg}\varphi}{\sec\varphi - 1} = -\frac{\sec\varphi + 1}{\operatorname{tg}\varphi}$$

ce qui fait voir que le rapport $\frac{z}{x}$ croît dans une proportion supérieure à 2 lorsqu'on passe du point d'intersection au point le plus éloigné de l'axe central.

Si dans la formule (7) on choisit, parmi toutes les valeurs possibles de α la valeur particulière $\alpha = 0$, on obtient l'hyperbole équilatère :

$$xz = -k^2 \operatorname{tg}\varphi$$

ou, en substituant à $\operatorname{tg}\varphi$ sa valeur $\frac{p_y}{Mk^2}$:

$$Mxz = -p_y \quad . \tag{9}$$

En tous les points de cette hyperbole équilatère les axes sont principaux par construction, puisqu'on a choisi les points pour lesquels les plans diamétraux conjugués sont normaux aux axes rotatifs. Cette propriété se vérifie d'ailleurs par la formule 9 qui exprime que le produit d'inertie par rapport aux y s'annule en chacun des points de l'hyperbole équilatère [1].

Après avoir tiré de l'équation des moments des quantités de mouvement autour de l'axe des y les diverses conclusions ci-dessus, qui concernent exclusivement les axes rotatifs et les plans conjugués à ces axes, on pourra, par l'évaluation du moment des quantités de mouvement autour de l'axe des x, déterminer la position de la ligne d'action et constater que celle-ci est contenue dans le plan diamétral conjugué à l'axe central, et coïncide avec l'axe du faisceau de plans déterminé par M. Bouny.

---

[1] Dans notre précédent article (*Bulletin technique*, avril 1911, p. 210), nous avons étudié cette hyperbole équilatère, à l'exclusion de toutes les autres hyperboles correspondant à des plans diamétraux conjugués qui ne sont pas normaux aux axes rotatifs.

On peut conclure de ce qui précède qu'un système d'axes coordonnés ayant pour origine le centre de gravité se prête avec la plus grande facilité à la recherche des propriétés des axes rotatifs.

D'autre part, nous croyons avoir montré que la propriété qu'a l'axe rotatif d'être principal par rapport à l'un de ses points, n'a pas l'importance qu'on lui attribue généralement : elle peut figurer au nombre — et même à la suite, — d'une série de propriétés dont chacune constitue une condition nécessaire et suffisante de la qualité d'axe rotatif.

En effet, pour qu'un alignement soit axe rotatif, il faut et il suffit :

Que le plan diamétral conjugué à sa direction dans l'ellipsoïde central d'inertie (plan qui contient la ligne d'action correspondante) soit normal à son plan central.

Que le plan diamétral conjugué à sa direction dans un ellipsoïde d'inertie construit sur un point quelconque de son plan central soit normal à ce plan central.

Que le diamètre parallèle à sa direction, dans l'ellipsoïde central, ou dans tout autre ellipsoïde d'inertie construit sur un des points de son plan central, — soit un des axes de la section faite suivant ce diamètre par un plan normal au plan central.

Que le diamètre parallèle à sa direction dans l'ellipsoïde central, ou dans tout autre ellipsoïde d'inertie construit sur un des points de son plan central, soit diamètre commun à l'intersection de l'ellipsoïde par le plan central, et au contour apparent de l'ellipsoïde sur le plan central.

Que le faisceau des plans diamétraux conjugés à cet alignement dans les ellipsoïdes construits sur ses différents points ait pour axe une normale à son point central.

Que l'alignement soit axe principal par rapport à l'un de ses points.

Chacune de ces conditions peut évidemment être considérée comme LA condition qui définit un axe central. De chacune d'entre elles peuvent être déduites toutes les autres. Mais nous pensons que la condition classique, celle que nous avons énoncée la dernière, n'est pas de nature à rendre de grands services. C'est en considérant l'ellipsoïde central, et en utilisant la première condition, que l'on résoudra le plus facilement, nous semble-t-il, le problèmes relatifs aux axes rotatifs[1].

Mais il est à remarquer qu'aucune des conditions énoncées ci-dessus n'est nécessaire pour les recherches concernant les solides destinés à subir une percussion dans un plan de symétrie. Dans ce cas, qui se présente presque exclusivement dans la pratique, les deux conditions de perpendicularité et de réciprocité,

[1] Cf. *Centres de Percussion et Axes de Rotation.* Bulletin technique d'avril, 1911, p. 198, ss

établies préalablement à toute recherche analytique, sont pleinement suffisantes pour déterminer toutes les inconnues. En effet, on peut considérer comme évident, par raison de symétrie, que l'axe rotatif correspondant à une percussion développée dans un plan de symétrie, est normal à ce plan, et comme tout aussi évident que si l'axe est normal au plan de symétrie, ce plan contient la ligne d'action de la percussion.

En ce qui concerne la cinquième condition, celle qui se rapporte au faisceau de plans conjugués à un même axe en différents points de son alignement, condition déduite de la proposition de M. Bouny, nous l'avons énoncée sous une forme qui suppose que les axes rotatifs ne sont pas seuls à posséder des plans diamétraux conjugués formant un faisceau. En effet, cette propriété est commune *à tous les alignements de l'espace*. En outre, l'axe du faisceau de plans diamétraux conjugués passe toujours par le centre de percussion correspondant, point commun au plan central de l'alignement, et à la ligne d'action de la percussion pour laquelle cet alignement est axe hélicoïdal, c'est-à-dire axe instantané de rotation et de glissement. L'axe du faisceau possède une direction intermédiaire entre celles de la ligne d'action et de la normale au plan central. Il se confond respectivement avec celle-ci et celle-là, à l'origine et à l'infini.

Ces propriétés s'établissent facilement en choisissant pour plan des xz le plan central de l'alignement considéré, pour axe des z l'axe central (parallèle à l'alignement, menée par le centre de gravité) et pour origine le centre de gravité.

Ici l'équation de l'ellipsoïde central contient tous les termes du second degré, y compris le terme en yz, et le plan diamétral conjugué à l'axe central a pour équation :

$$Mk^2 z - p_x y - p_y x = 0 \ .$$

Le plan diamétral conjugué à l'alignement donné en un de ses points $x_0 z_0$ est le suivant :

$$M(k^2 + x_0^2)(z - z_0) - p_x y - (p_y + Mz_0 x_0)(x - x_0) = 0 \ .$$

En faisant x constant, on voit que l'intersection de ce plan et d'un plan parallèle aux yz a une inclinaison indépendante de z_0.

En cherchant, — comme précédemment pour l'axe rotatif, — l'intersection de deux plans diamétraux conjugués au même alignement, on trouve :

$$x = -\frac{k^2}{x_0} \ , \quad \left(z + \frac{p_y}{Mx}\right)(k^2 + x_0^2) = \frac{p_x y}{M} \ .$$

L'élimination de x_0 entre ces deux formules donne la surface gauche du troisième degré :

$$Mk^2 z - p_y x - \frac{x^2}{x^2 + k^2} p_x y = 0 \ ,$$

constituant le lieu des axes des faisceaux de plans diamétraux conjugués et ayant pour plan asymptotique le plan diamétral conjugué à l'axe central. (On sait que ce plan diamétral conjugué est le lieu des lignes d'action des percussions correspondant aux diverses valeurs de x_0.)

Nous remarquerons pour terminer que les deux propositions établies par M. Bouny eussent pu être déduites du théorème que Poinsot avait formulé dans le cas particulier d'un solide tournant autour d'un point fixe, mais qui est encore vrai si le point, sans être fixe, passe par l'état de repos : le plan du moment des quantités de mouvement d'un solide par rapport à l'un de ses points, actuellement en repos, est conjugué à l'axe de rotation dans l'ellipsoïde d'inertie construit sur ce point.

Or, si l'on considère d'une part la percussion correspondant à un axe rotatif, d'autre part un des points de cet axe rotatif, on constatera que la ligne d'action de la percussion détermine avec le point considéré le plan du moment des quantités de mouvement par rapport à ce point. Mais il en est de même pour tous les autres points de l'axe rotatif, d'où il résulte que la ligne d'action, appartenant à tous les plans diamétraux conjugués à l'axe rotatif, est l'axe du faisceau formé par ces plans ; d'où il résulte encore que cette ligne d'action étant normale au plan central de l'axe rotatif, tous les plans diamétraux conjugués sont normaux à ce plan central.

Une démonstration analogue pourrait être faite pour le faisceau de plans diamétraux conjugués à un alignement quelconque, considéré comme axe hélicoïdal. Il faudrait en ce cas supposer deux percussions appliquées simultanément, — l'une dans l'alignement de l'axe hélicoïdal, l'autre au centre de percussion correspondant à cet axe, — de façon à réaliser autour de l'axe une rotation sans glissement. La seconde de ces percussions occuperait l'axe du faisceau de plans diamétraux conjugués.

Mais une telle démonstration ne présenterait pas l'extrême simplicité que l'on constate dans le cas des axes rotatifs.

Bruxelles, août 1913. Lucien ANSPACH.