Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 16 (1914)
Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Rubrik: BIBLIOGRAPHIE

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 02.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

BIBLIOGRAPHIE

Ch. Bioche. — **Histoire des Mathématiques.** — 1 vol. in-16 cart., 93 p. ; 1 fr. 75 ; E. Belin, Paris.

L'auteur a cherché à écrire une histoire des idées plutôt que celle des œuvres ou de la vie des mathématiciens. D'ailleurs le progrès scientifique, même en mathématiques, est surtout le résultat d'un effort collectif. Les grands inventeurs ont trouvé le terrain préparé, et leurs découvertes ont été souvent mises au point et rendues vraiement fécondes par bien des hommes dont le rôle peut-être un peu effacé n'en a pas moins été fort utile. C'est une constatation encourageante pour tous ceux qui aiment les sciences et qui peuvent ainsi espérer avoir leur part de mérite dans le progrès général.

L'histoire de l'astronomie a été détachée dans des chapitres spéciaux pour qu'il soit plus facile au lecteur de comprendre l'évolution de l'astronomie.

Spécialement destiné aux élèves de l'enseignement secondaire supérieur, l'ouvrage de M. Bioche a sa place marquée dans toutes les Bibliothèques de gymnases ; il sera lu avec intérêt par des professeurs qui ne manqueront pas d'en tirer parti pour illustrer leur enseignement d'aperçus historiques.

Voici l'énumération des 11 chapitres que comprend l'ouvrage :

1° Les Mathématiques avant l'Ecole d'Alexandrie. — 2° L'Ecole d'Alexandrie. — 3° Le Moyen âge. — 4° La Géométrie de la Renaissance. — 5° La formation de l'Algèbre. — 6° La Géométrie analytique. — 7° Le Calcul infinitésimal. — 8° La Géométrie au XVIIe et au XVIIIe siècle. — 9° Le XIXe siècle. — 10° L'Astronomie dans l'antiquité. — 11° L'Astronomie moderne.

E. Borel. — **Le Hasard.** (Nouvelle collection scientifique E. Borel.) — 1 vol. in-8° de IV-312 p. ; 3 fr. 50 ; F. Alcan, Paris, 1914.

Les plus illustres savants qui ont publié des Traités sur le Calcul des probabilités, comme Laplace, Bertrand, Poincaré, ont volontiers fait précéder leur exposé mathématique d'une préface pouvant être lue par les gens du monde ; il me semble voir, dans le nouveau volume de M. Borel, le développement d'une telle préface qui pourrait d'ailleurs se raccorder fort aisément avec un ouvrage plus spécialement savant dont M. Borel est également l'auteur.

L'œuvre semble résulter, à volonté, des progrès de la philosophie mathématique ou de ceux de la physique statistique ; il résume les deux points de vue et, si quelques esprits se refusent encore à accorder leur conduite philosophique avec une discussion mathématique de hasard, ils ne peuvent que s'incliner devant les merveilleuses explications tirées des lois de ce même hasard au profit des théories telles que la théorie cinétique des gaz.

Les mathématiques, fort heureusement, ne sont pas complètement exclues de cet ouvrage ; dans la première partie nous trouvons les définitions simples des probabilités et de leurs compositions ; l'usage du triangle arithmétique de Pascal est si clairement et si *explicitement* introduit, qu'il semble bien que tout esprit simplement intelligent puisse l'utiliser. Cet esprit concevra ensuite *au moins la possibilité logique* des méthodes qui consistent en calculs d'un ordre un peu plus élevé quand il s'agit, par exemple, d'atteindre, dans le triangle, un terme de rang trop grand pour qu'on puisse le calculer de proche en proche. Les probabilités continues, sujets, pour Joseph Bertrand, de paradoxes expliqués par Henri Poincaré, nous montrent comment des résultats non arbitraires en eux-mêmes peuvent dépendre de fonctions arbitraires ; il y a là un exemple très frappant de faits fort fréquents dans toutes les branches de l'analyse.

Dans la seconde partie, consacrée à l'application des lois du hasard, M. Borel nous montre d'abord la trop importante source de sophismes qui consiste à vouloir trancher bien des questions par *oui* ou par *non*, alors que la véritable réponse qui leur convient est un coefficient de probabilité qui n'est ni *un* ni *zéro*. Faut-il que telle habitation soit appelée *maison* plutôt que *masure* ? J'ai le plus de chances de parler un langage d'accord avec celui de la majorité de ceux de mes concitoyens qui vivent dans le voisinage de la construction en question, si j'en interroge un nombre aussi grand que possible pour me ranger à l'avis de la majorité. Certes, une détermination définitive pourra toujours paraître un choix entre deux alternatives seulement, mais je me serai cependant décidé par un raisonnement infiniment plus souple que celui qui consistait à ne jamais voir que par moi-même ces deux alternatives.

Dans l'application physique des lois du hasard, l'auteur a trouvé de saisissantes comparaisons.

La théorie cinétique exige la diffusion l'une dans l'autre de deux masses gazeuses mises en contact ; la probabilité d'une hétérogénéité décelable par l'expérience devient rapidement inférieure à celle de la reconstitution de la Bibliothèque nationale par des singes frappant au hasard sur des claviers de machines à écrire, ce qui serait le « miracle des singes dactylographes ».

Comme application mathématique, la probabilité nulle de la rationalité d'un nombre imaginé au hasard correspond à la conception de l'ensemble de mesure nulle contenu dans l'ensemble continu ; tout un chapitre est ainsi une initiation très simple aux premières grandes lignes de la théorie des ensembles.

Enfin dans une troisième partie sur la valeur des lois du hasard, M. Borel nous met en garde contre des applications formellement correctes du calcul à des choses qui par essence ne souffrent pas le calcul ; ainsi on ne peut parler de l'innocence ou de la culpabilité d'un accusé comme on parle des deux faces d'une pièce de monnaie ; on ne peut exiger non plus qu'un individu prenne une décision grave concernant sa vie (question des vaccinations plus ou moins hasardées) sous prétexte qu'on lui aura fait des prédictions justes concernant sa vie moyenne.

Quant à la portée philosophique de la méthode statistique, elle semble immense et ouvre des aperçus du plus vif intérêt. L'idée générale de *miracle*, aveuglément acceptée par des croyants et non moins aveuglément niée par des « esprits forts » apparaît peut-être ici sous son véritable jour. Si les lois physiques sont, au fond, des lois statistiques, elles peuvent

admettre des miracles analogues à celui des singes dactylographes. Certes la probabilité de tels faits est d'une infimité extrême mais elle n'est pas rigoureusement nulle ; de plus, des croyants faciles à enthousiasmer et prêts, au besoin, à aider au miracle, peuvent se contenter de certains qui correspondraient à des probabilités qui, quoique petites, seraient loin d'être aussi infimes. A côté de tant de points de vue richement imagés on voit encore la belle leçon qui peut se dégager de ce volume en ce qui concerne la tolérance et la largeur des idées du philosophe.

A. Buhl (Toulouse).

E. Cotton. — **Cours de Mécanique générale.** — (Introduction à la mécanique industrielle). Vecteurs, Géométrie de masses, Principes, Cinématique, Statique. — 1 vol. gr, in-8° de 166 p. et 58 figures ; 5 fr. ; Jules Rey, Grenoble ; Gauthier-Villars, Paris, 1914.

Voici un cours qui correspond à l'enseignement des Mathématiques générales et qui, par suite, vient heureusement compléter des Traités qui, presque tous, étaient muets sur la Mécanique. L'auteur définit très nettement sa méthode : Insister sur les définitions et sur les règles, laisser de côté toutes les questions dont l'intérêt réside exclusivement dans leur solution par l'Analyse.

L'ouvrage débute naturellement par la théorie des vecteurs où l'on remarque notamment la définition des coordonnées pluckériennes de la droite présentée comme une chose très élémentaire ; c'est ce qu'elle est en réalité. De plus la notion de complexe, que l'on peut immédiatement en déduire, s'adresse fort bien à des praticiens comme on peut s'en convaincre sans peine en examinant quelques problèmes fondamentaux d'optique. De même, les réductions vectorielles remarquables conduisent très élégamment à la réduction canonique où apparaît l'axe central. Le cas des vecteurs parallèles nous donne la théorie du centre de gravité brillamment illustrée par les théorèmes de Guldin ; une fois dans la géométrie des masses, la théorie des moments d'inertie offre, de son côté, de nombreux et jolis exemples d'intégrations très simples.

En Cinématique on ne peut guère traiter, autrement que par les méthodes classiques bien connues, les vitesses, les accélérations et leurs différents cas de composition ; notons plutôt quelques pages intéressantes sur les roulettes et les trains d'engrenages.

En Dynamique, l'auteur est de « l'école du fil » ; mais il n'est guère possible d'être d'une autre sans quitter le point de vue pédagogique où il s'est placé. Il emprunte d'ailleurs immédiatement au champ de la pesanteur les premiers exemples de forces.

En Statique, les idées simples et ingénieuses abondent particulièrement ; c'est ainsi que la poussée dont il est question dans le Principe d'Archimède est assimilée à l'ensemble des réactions qui, dans n'importe quel cas, équilibrent un solide pesant.

Les systèmes déformables, les systèmes triangulés sont étudiés surtout au moyen d'élégantes constructions bien connues en Statique graphique mais qui peuvent, comme on le voit ici, trouver leur place parmi les choses les plus simples à enseigner.

Dans l'équilibre des fils, les équations intrinsèques sont utilisées tout aussi bien que les équations ordinaires ; la forme intrinsèque est même immédiatement illustrée par le cas du fil enroulé avec frottement sur un

cylindre circulaire. D'ailleurs, de nombreux exercices, souvent proposés avec données numériques, accompagnent, en détail, toutes les théories exposées. Si l'on ajoute que l'ouvrage doit être naturellement complété par un second fascicule relatif à la Dynamique, à la notion générale de travail et au Principe des travaux virtuels, on voit qu'il constituera un excellent ouvrage de début pour les futurs ingénieurs et techniciens.

A. Buhl (Toulouse).

H. H. Goodacre, E.-F. Holmes, C.-F. Noble, P. Steer. — **Bell's Outdoor and Indoor experimental Arithmetics.** — *Teacher's book.* — 1 vol. in-16 ; xii-377 p. ; 3 s. 6 d. ; G. Bell, and Sons, Londres.

La méthode adoptée par les auteurs de ce manuel est caractérisée nettement par son titre : *Exercices d'arithmétique appliquée en plein air et en classe.* La préface nous apprend que la circulaire 807 du *Board of Education* a servi de guide aux auteurs. Ils ont réuni et ordonné avec soin les exercices susceptibles de former un cours d'arithmétique dans une école élémentaire comprenant cinq années de cours correspondant aux classes intitulées Standard III à VII (9-14 ans).

Tous ces exercices ont été expérimentés par les auteurs eux-mêmes dans leurs classes respectives.

Ils mettent en garde, surtout pour les classes supérieures, contre la mode actuelle de donner une importance croissante au concret au détriment de l'abstrait. Afin de remédier cependant, dans la mesure du possible à la surcharge des programmes amenée par les exigences modernes, ils ont cherché à supprimer les exercices ayant pour seul but le développement du raisonnement ou l'acquisition de la maîtrise du calcul, pour les remplacer par ceux qui tout en conservant ces qualités y joignent une utilité plus directe, soit en établissant un principe abstrait, soit en donnant une démonstration pratique d'un calcul théorique.

L'introduction du système métrique en Angleterre ne paraissant plus très lointaine, les auteurs donnent un assez grand nombre d'applications de ce système et de ses rapports avec ceux actuellement en usage.

Comme l'indique un sous-titre, ce manuel est plus spécialement destiné aux maîtres ; non pas pour être suivi à la lettre, mais pour faire naître des idées.

Une page sur deux est seule employée à l'énoncé et l'explication des exemples, la page en regard étant réservée à des remarques et conseils sur leur application, condition, limites et moyens, suggérés aux auteurs par leur propre expérience.

Un appendice contient la liste complète et la description des instruments nécessaires pour l'application effective de ces exercices.

Dans le courant de l'ouvrage on trouve également des indications très précises et complètes au sujet de la construction de quelques-uns des instruments que l'exiguïté des crédits scolaires rendraient souvent inaccessibles.

R. Masson (Genève).

J. König. — **Neue Grundlagen der Logik, Arithmetik nnd Mengenlehre,** mit dem Bildnis des Verfassers. — 1 vol. in-8°, viii-259 p. ; 8 M. ; relié 9 M. ; Veit et Cie, Leipzig, 1914.

Jamais peut-être on ne s'est tant occupé de questions relatives aux prin-

cipes des mathématiques et de la logique pure, et jamais, croyons-nous, les rapports entre ces deux disciplines n'ont été plus étroits. Si la logiqne a tiré profit des recherches profondes des Hilbert, des Dedekind et des Cantor, la mathématique pure, et surtout l'arithmétique et la théorie des ensembles ont subi à leur tour l'influence des travaux subtils des logiciens d'aujourd'hui, qui ont abouti à un remaniement de la logique d'Aristote. Il en est résulté une sorte de collaboration inattendue, d'autant plus précieuse qu'elle a mis en présence des tendances entièrement différentes. Et si les divergences et le désaccord continuent toujours à subsister, des questions d'une importance capitale ont pu être élucidées grâce aux recherches de ces dernières années.

L'ouvrage posthume du mathématicien hongrois J. König se rattache à ces travaux ; il résume les résultats de ses profondes réflexions sur les fondements de la logique, de l'arithmétique et de la théorie des ensembles.

Pour bien comprendre la pensée de König, une étude approfondie serait nécessaire, car son livre abonde en idées originales et rien n'y est inutile ou banal : cette logique, qu'il construit de toutes pièces sur une base nouvelle, n'est ni celle de Russell, ni celle d'Aristote, et ses idées sur les fondements de l'arithmétique et de la théorie des ensembles diffèrent sur bien des points de celles de Hilbert ou de Zermelo. Mon analyse du livre de König sera donc forcément très incomplète.

Pour König, le but de la logique, qu'il compare volontiers aux sciences naturelles, est de décrire et d'ordonner les phénomènes de notre pensée, de même que la mécanique céleste décrit les mouvements des planètes.

Cette description doit commencer par les intuitions, expériences et faits premiers les plus simples. Je me bornerai à en citer deux, que König prend du reste pour point de départ : 1° un *Erlebnis* de ma conscience (le mot allemand *Erlebnis* désigne, si j'ai bien compris, tout phénomène se déroulant dans la conscience) peut se reproduire, 2° il existe dans ma conscience des *Erlebnisse* différents.

A ces faits premiers, où le mot *Erlebnis* peut du reste être remplacé par le mot *Ding* (chose), qui est un *Erlebnis* extériorisé, König adjoint successivement des faits premiers moins immédiats relatifs à des *Erlebnisse* particuliers tels que : représentations, noms, signes, associations de noms et de signes, etc.

Et un principe important est introduit, que König appelle « norme fondamentale de notre pensée » et qu'on peut énoncer ainsi : les *Erlebnisse* « M *est différent de* N » et « M *n'est pas différent de* N » sont incompatibles. Aussi toute hypothèse ou relation ou forme qui violeraient ce principe seront considérées comme *impossibles*.

Nous voilà donc en possession d'un ensemble de faits et d'un principe. En s'appuyant sur cette base, König passe à l'analyse des notions logiques fondamentales. Le mot *Ding* perd le sens intuitif qu'il avait au début et prend une extension de plus en plus large, mais l'originalité du point de vue de König apparaît surtout dans l'analyse de la notion de collection ou d'ensemble, qui joue un rôle essentiel dans cette étude. A bien des esprits, les distinctions qu'il introduit dans cette partie de son livre paraîtront certainement trop subtiles : il faut en chercher l'origine dans les difficultés soulevées par les fameuses antinomies cantoriennes, celles surtout de Russell et de Burali-Forti. La manière dont König décompose la notion délicate d'ensemble, en mettant en évidence les notions élémentaires qui y sont

implicitement contenues, la distinction des ensembles purs et des ensembles ordinaires, — tout cela est fort curieux, et personne, je crois, n'y avait songé avant lui.

C'est en s'appuyant sur la notion d'ensemble ainsi précisée que König construit l'ensemble modèle qui lui servira plus tard de type de comparaison. En partant d'un *Ding* quelconque x, il envisage, à la manière de Zermelo, l'ensemble fx dont l'unique élément est x, l'ensemble ffx dont l'unique élément est fx, etc. On devine le rôle que cet ensemble modèle va jouer dans la suite : on dira par exemple qu'un ensemble donné est fini lorsqu'il est équivalent à une suite-modèle fermée ; et la suite ouverte. premier exemple d'une suite ω, interviendra dans l'étude des fondements de l'arithmétique et du principe d'induction complète.

D'autres notions logiques fondamentales sont introduites à leur tour : celles d'ordre, d'implication, d'équivalence, etc. Je ne saurais les énumérer toutes. Je me bornerai seulement à indiquer les points principaux sur lesquels König s'écarte de ses devanciers : c'est d'abord sa manière de définir l'addition logique, qui pour lui est toujours disjonctive ; c'est ensuite l'introduction de la notion d'isologie, sorte d'égalité sous un certain rapport. Mais la divergence s'accentue surtout dans sa manière d'interpréter la notion de vrai. Cette notion de vrai, au sens habituel du mot, est peu claire ; de plus elle est relative et dépend des conventions que nous introduisons spontanément. König la remplace par la notion plus précise de « vrai dans un certain domaine ». Un *Erlebnis* est vrai dans un certain domaine, s'il en fait partie. Quant au domaine (Denxbereich) où la notion de vrai se trouve ainsi enfermée, nous pouvons ou bien le créer de toutes pièces par un choix direct des *Erlebnisse* dont il est la réunion, ou bien compléter sa définition en lui imposant certaines propriétés, par exemple celle-ci, que König appelle involution : si l'*Erlebnis* A appartient au domaine, l'*Erlebnis* B y appartient aussi.

Supposons maintenant qu'un *Erlebnis* Z ne fasse pas partie d'un domaine D ainsi construit. Si alors l'*Erlebnis* Z′ « *Z est un fait inadmissible* » appartient à D, nous dirons que Z est faux dans D. Mais il pourrait arriver que ni Z, ni Z′ ne fissent partie de D ; dans ce cas Z ne serait ni vrai, ni faux dans D.

Certes, cette manière de voir de König ne surprendra pas beaucoup les mathématiciens, mais on voit combien elle s'écarte de la manière classique.

Nous avons nommé les notions logiques fondamentales les plus importantes envisagées par König. De ces notions il remonte aux lois fondamentales, et des lois fondamentales au *domaine de la logique pure,* but principal de ses efforts.

Dans la plupart de ces lois et des formes logiques qui les expriment (la liste de König on comprend 28, divisées en cinq groupes), on reconnaît les lois et les formules de la logistique (*cf.* l'excellent livre de M. Couturat L'*Algèbre de la logique*), par exemple les formes qui expriment les propriétés des conjonctions *et, ou, donc,* bien que leur interprétation soit différente et qu'au lieu des égalités on ait en général des isologies.

Mais la liste de König contient aussi un groupe nouveau : ensemble des formes qui expriment les propriétés des notions de vrai et de faux « dans un certain domaine ».

D'autre part, et ce point est d'une importance capitale, certaines lois fondamentales de la logique classique, par exemple, les principes de contradic-

tion et du milieu exclu, ne figurent pas dans la liste de König, j'en expliquerai la raison dans un moment.

C'est en partant des formes ou lois fondamentales que König construit son domaine de la logique pure.

Il introduit quatre règles ou principes, dont le fameux « dictum de omni et nullo », qui, appliqués aux formes fondamentales, sont destinés à donner des formes logiques nouvelles ; du reste les transformations qui peuvent être faites de cette manière sont toutes comprises dans un processus général « la déduction logique » que König définit avec précision.

Eh bien, le domaine de la logique pure est par définition l'ensemble de toutes les formes qu'on peut déduire de cette manière, y compris les formes fondamentales elles-mêmes.

Une question se pose alors : ce domaine de König est-il exempt de contradiction ? König y répond affirmativement : quelque grand que soit le nombre de nos déductions, nous ne tomberons jamais dans la contradiction. Certes, cette propriété ne saurait être démontrée, mais König fait voir qu'elle peut être rendue évidente, en faisant appel à l'intuition, par une sorte de « demonstratio ad oculos ».

Nous avons dit que les principes de contradiction et du milieu exclu ne figurent pas parmi les lois logiques fondamentales. En voici la raison : si l'on admettait l'un de ces principes, par exemple, le principe de contradiction, dans le domaine de König, ce domaine deviendrait impossible. Le principe de contradiction n'est pas une loi logique au sens de König ; il exprime une propriété du domaine de la logique pure, mais il n'en fait pas partie. Du reste les deux principes sont équivalents : ils se déduisent l'un de l'autre.

Maintenant le problème que s'est posé König peut être considéré comme résolu, au moins en ce qui concerne la logique pure. On passera à une discipline particulière, telle que l'arithmétique ou la géométrie, en adjoignant aux formes fondamentales de la logique pure un certain nombre de formes nouvelles, que König appelle formes axiomatiques, et en contruisant le domaine plus large caractérisé par les formes ainsi introduites.

Pour l'arithmétique le nombre des axiomes introduits par König est assez grand et la construction du domaine présente des difficultés spéciales.

La même question se pose ici : le domaine de l'arithmétique ainsi construit est-il exempt de contradiction ? La réponse de König est encore affirmative : le raisonnement arithmétique ne saurait jamais aboutir à une égalité telle que $3 = 4$. Là encore il s'agit d'une « demonstratio ad oculos ».

Très curieuse est aussi l'analyse des notions et des propositions fondamentales de la théorie des ensembles, à laquelle König consacre les derniers chapitres de son livre. Je signalerai, entre mille autres choses intéressantes, des considérations originales sur l'axiome et le théorème de Zermelo et une solution nouvelle des antinomies cantoriennes.

L'ouvrage de König est certainement l'un des livres les plus profonds qui aient été publiés sur les principes des mathématiques et de la logique.

D. Mirimanoff (Genève).

A. Mitzscherling — **Das Problem der Kreisteilung.** Ein Beitrag zur Geschichte seiner Entwicklung. Mit einem Vorwort von H. Liebmann. — 1 vol. in-8° ; vi-214 p. avec 210 fig. ; 7 M., relié 8,40 M. ; B.-G. Teubner, Leipzig.

Cette étude historique est due à un jeune mathématicien allemand, enlevé prématurément à la Science, en 1912, à l'âge de 23 ans. Elle apporte une importante contribution à l'histoire des problèmes concernant la division du cercle. On sait le rôle que jouent dans le développement de la science les méthodes de résolution données au cours des siècles par la géométrie, depuis l'antiquité jusqu'à nos jours. L'auteur les expose avec soin en examinant dans une première partie la division du cercle, les constructions à l'aide de la règle et du compas, constructions approchées, instruments destinés à la division du cercle.

La seconde partie est consacrée à la division de l'angle ou de l'arc.

C'est tout d'abord le problème de la trisection de l'angle, l'impossibilité de le résoudre à l'aide de la règle et du compas, sa résolution à l'aide des coniques ou des courbes de degré supérieur, sa résolution approchée. Puis viennent la polysection de l'angle à l'aide de courbes algébriques ou de courbes transcendantes, les constructions fournissant une résolution approchée et les instruments permettant de faire la polysection d'un angle.

Par son exposé clair et bien ordonné, tant que par les renseignements complets qu'elle apporte sur les méthodes de résolution de ces problèmes classiques, la monographie de Mitzscherling forme un complément utile aux traités de Géométrie. Ce volume sera consulté avec profit par les maîtres de l'enseignement secondaire désirant fournir aux élèves quelques notions historiques sur les problèmes relatifs à la division de l'angle.

Fr. Paulhan. — **Esprits logiques et esprits faux.** Seconde édition. — 1 vol. in-8° de VIII-388 p. ; 7 fr. 50 ; F. Alcan, Paris, 1914.

Voici un livre dont la première édition date de 1896, mais dont il serait bien regrettable de ne point signaler la seconde, surtout aux mathématiciens qui y retrouveront des méthodes d'analyse d'un caractère quasi-mathématique. Il s'agit d'une étude des types intellectuels depuis le type le plus pur qui ne vit, ou ne croit vivre, que par la pure intelligence, jusqu'à celui des frivoles, des étourdis, des impulsifs divers qui se conduisent toujours au hasard des réactions du moment.

L'esprit logique est défini par l'absence de contradiction (p. 3) dans les conséquences des idées ; on voit qu'un mathématicien n'aurait pu mieux dire puisque c'est l'absence de contradiction *interne* qui caractérise surtout la théorie mathématique susceptible d'un développement indéfini. La finesse d'esprit est la faculté de distinguer deux idées très rapprochées ; elle joue donc un rôle capital dans l'invention, dans le pouvoir de faire rendre à deux définitions très voisines ce qui doit être le propre de chacune.

En essayant de situer l'intelligence et le sentiment d'ordre passionnel, l'auteur écrit des lignes profondément justes et vécues, sans doute, par beaucoup de savants. Il n'y a nulle opposition nécessaire entre les deux choses, l'intelligence pouvant devenir « un objet de passions vivaces », la science pouvant être aimée ainsi pour elle-même et, à un degré un peu inférieur, pour la gloire qui s'attache à la production scientifique.

Un « esprit large » est celui qui peut réaliser en lui et comprendre différentes théories, des systèmes opposés, des croyances contradictoires ; l'esprit est « étroit » s'il ne sait y arriver.

Beaucoup de conclusions récemment tirées de la philosophie mathématique ne sont pas différentes de celles-ci.

Plus loin (p. 79) nous voyons que la solution d'un problème est semblable à l'acte qui vient calmer d'ardents désirs. Pour ma part cette analyse me semble rigoureusement exacte.

Je signale aussi des comparaisons des plus intéressantes (p. 128) entre la vraie perfection et l'automatisme de l'instinct. Il est clair en effet qu'une société parfaite aurait un caractère nettement automatique. Nous ne l'avons point et peut-être ne l'aurons-nous jamais ; cependant l'automatisme et la perfection doivent se rencontrer, « comme les parallèles à l'infini ».

Dans l'étude des simulateurs, qui se proposent simplement de singer les esprits supérieurs, il faut citer aussi un passage (p. 177) visant les calculateurs empiriques et les joueurs d'échecs. Que de gens de ce genre ont passé, aux yeux de foules naïves, pour des mathématiciens de génie. Il y a des procédés mécaniques pour simuler la mémoire des chiffres ; plus généralement « il y a des recettes qui permettent à des gens particulièrement doués de simuler un état mental qui n'est pas le leur ».

L'étude des esprits illogiques est abordée (p. 269) par une comparaison géométrique très nette. « Après avoir admis que la droite est le plus court chemin entre deux points, on ne peut plus logiquement croire qu'un côté d'un triangle n'est pas plus petit que la somme des deux autres. » Hélas ! que de gens admettent des choses qui sont en contradiction tout aussi flagrante avec d'autres érigées en principes ! Ce sont les « esprits faux ». Leur classification termine cette œuvre dont la seconde édition témoigne suffisamment du succès déjà acquis : ce succès méritait cependant d'être plus grand encore dans le monde mathématique et c'est là une grâce que nous devons souhaiter de grand cœur à ce nouveau volume.

A. Buhl (Toulouse).

J. Ser. — **Essai de Linéométrie**. — 1 vol. in-8° de IV-80 pages ; 2 fr. 75 ; Gauthier-Villars, Paris.

L'auteur de cette étude s'est proposé d'aborder sous une forme nouvelle le problème de la rectification des courbes élémentaires. Il s'appuie naturellement sur les propriétés fondamentales des fonctions algébriques mais en modifiant les méthodes classiques et en suivant aussi souvent que possible la voie géométrique.

Les premiers chapitres sont consacrés aux considérations relatives à la longueur d'un arc de courbe. L'auteur introduit à ce propos un certain nombre de courbes auxiliaires et il entre dans quelques détails concernant leurs propriétés. Dans un autre chapitre il cherche le genre de la fonction qui mesure l'arc d'une courbe algébrique plane ; la méthode suivie est basée sur l'emploi du théorème d'Abel.

C'est également à l'aide de ce même théorème qu'est faite l'étude des sommes d'arcs qui peuvent s'exprimer par une fonction algébrico-logarithmique. Dans le cas le plus intéressant les résultats sont expliqués par des considérations géométriques simples.

Pour faciliter l'emploi du théorème d'Abel, l'auteur fait d'ailleurs une théorie assez complète, et croyons-nous nouvelle, de certaines fonctions symétriques des coordonnées des points d'intersection de deux courbes.

Cette première partie se termine par l'application des théories au cas particulier des coniques et l'on trouve, en même temps que les propriétés des fonctions trigonométriques, certains théorèmes bien connus sur la parabole et l'ellipse.