Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 17 (1915)

Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: SUR L'EMPLOI DE CERTAINES MATRICES DE FORMES DANS LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES DE GÉOMÉTRIE

Autor: Godeaux, Lucien

Kapitel: § 2. — Lieu des plans sur lesquels les quadriques d'un système ∞^6 linéaire, découpent ∞^4 coniques.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-16311

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 13.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

égalé à zéro, représente une série ∞^2 de plans enveloppant une certaine surface. Pour trouver la classe de cette surface, on immobilise X, Y et on fait $z_2 = z_3 = 0$. On trouve alors que cette classe est égale à $\sum_1^6 \nu_i$. On doit d'ailleurs avoir

$$\Sigma\lambda_i = \Sigma\mu_i = \Sigma\nu_i \ .$$

§ 2. — *Lieu des plans sur lesquels les quadriques d'un système ∞^6, linéaire, découpent ∞^4 coniques.*

7. — Considérons, dans un S_3, sept quadriques linéairement indépendantes dont nous écrirons les équations sous la forme symbolique

$$a_x^2 = 0 \ , \quad b_x^2 = 0 \ , \quad c_x^2 = 0 \ , \quad d_x^2 = 0 \ , \quad f_x^2 = 0 \ , \quad g_x^2 = 0 \ , \quad h_x^2 = 0 \ .$$

Supposons que ces quadriques n'aient, six à six, aucun point commun.

Un plan déterminé par trois points X, Y, Z rencontre une de ces quadriques, la première par exemple, en une conique dont le point générique, de coordonnées $\alpha x_0 + \beta y_0 + \gamma z_0, \ldots \alpha x_3 + \beta y_3 + \gamma z_3)$, vérifie l'équation

$$\alpha^2 a_x^2 + \beta^2 a_y^2 + \gamma^2 a_z^2 + 2\alpha\beta a_x a_y + 2\beta\gamma a_y a_z + 2\gamma\alpha a_z a_x = 0 \ .$$

Pour que les sept coniques déterminées par les sept quadriques données appartiennent à un même système ∞^4, linéaire, on doit avoir

$$\left\| \begin{matrix} a_x^2 & a_y^2 & a_z^2 & a_x a_y & a_y a_z & a_z a_x \\ b_x^2 & b_y^2 & b_z^2 & b_x b_y & b_y b_z & b_z b_x \\ c_x^2 & — & — & — & — & — \\ d_x^2 & — & — & — & — & — \\ f_x^2 & — & — & — & — & — \\ g_x^2 & — & — & — & — & — \\ h_x^2 & — & — & — & — & h_z h_x \end{matrix} \right\| = 0 \ . \qquad (2)$$

Ces plans enveloppent donc une développable dont la classe χ est donnée par les formules générales du § 1. Dans ces formules, nous devons faire $\lambda_1 = 2$, $\lambda_2 = 0$, $\lambda_3 = 0$, $\lambda_4 = 1$, $\lambda_5 = 0$, $\lambda_6 = 1$,

$\mu_1 = 0$, $\mu_2 = 2$, $\mu_3 = 0$, $\mu_4 = 1$, $\mu_5 = 1$, $\mu_6 = 0$, $\nu_1 = 0$, $\nu_2 = 0$, $\nu_3 = 2$, $\nu_4 = 0$, $\nu_5 = 1$, $\nu_6 = 1$. On trouve

$$\xi = 11 \ , \qquad \zeta = 17 \ , \qquad \chi = 6 \ .$$

Les plans sur lesquels les quadriques d'un système linéaire ∞^6 découpent ∞^4 coniques, enveloppent une développable de classe six.

Remarquons que par une conique découpée sur un plan tangent à la développable considérée par une quadrique du système donné passent ∞^2 quadriques de ce système. Parmi celles-ci, il y en a ∞^1 contenant le plan, donc :

Le lieu des plans faisant partie de ∞^1 quadriques d'un système linéaire ∞^6, est une développable de classe six.

8. — Le déterminant obtenu en supprimant une ligne dans la matrice (2) et égalé à zéro exprime que six quadriques découpent, sur le plan X, Y, Z, six coniques d'un système (linéaire) ∞^4. D'après ce que nous avons vu (§ 1, n° 6).

Les plans sur lesquels les quadriques d'un système linéaire ∞^5 découpent ∞^4 coniques, enveloppent une surface de classe quatre.

Par une de ces ∞^4 coniques passent ∞^1 quadriques du système, donc le plan appartient à une de ces quadriques.

Les plans appartenant à des quadriques d'un système linéaire ∞^5 enveloppent une surface de quatrième classe.

Les surfaces représentées par deux déterminants d'ordre six tirés de la matrice (2) ont en commun une développable de classe seize se décomposant en la développable considérée plus haut et en une autre, représentée par la matrice (2), où l'on a supprimé deux lignes. C'est le lieu des plans sur lesquels les quadriques d'un système ∞^4 découpent ∞^3 coniques. Ou encore, c'est le lieu des plans appartenant à des quadriques d'un système linéaire ∞^4. Cette développable est de classe 10.

§ 3. — *Lieu des plans rencontrant sept couples de droites en sept couples de points conjugués par rapport à une même conique.*

9. — Soient d_1, d'_1 ; d_2, d'_2 ; ... ; d_7, d'_7 sept couples de droites ne se rencontrant pas deux à deux. Ecrivons les équations des droites d_i, d'_i formant le i — ième couple sous la forme symbolique

$$ai_x \equiv ai_0 x_0 + ai_1 x_1 + ai_2 x_2 + ai_3 x_3 = 0 \ ,$$

$$bi_x \equiv bi_0 x_0 + bi_1 x_1 + bi_2 x_2 + bi_3 x_3 = 0 \ ,$$

pour d_i,

$$a'i_x = 0 \ , \qquad b'i_x = 0$$

pour d'_i.