SUR LA FONCTION RESISTANCE F(v) DE LA BALISTIQUE

Autor(en): **Tiercy, G.**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **19 (1917)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **04.06.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-17330

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

14. — *Remarque.* Nous avons supposé la conique absolue de notre plan non-euclidien formée des deux droites isotropes du point O ; et dans l'espace la quadrique absolue était le cône isotrope de ce même point. On aurait pu naturellement faire toute autre supposition : par exemple la conique se composera de deux droites rectangulaires par O. Au lieu de trouver les propriétés des foyers des coniques, on en trouvera d'autres qui vaudront pour tout point des coniques orthoptiques de ces dernières. Et dans l'espace la sphère orthoptique d'une quadrique s'introduira, si l'absolu est un cône équilatère.

Les propriétés trouvées sont moins simples que celles qui sont décrites plus haut et d'ailleurs faciles à établir.

SUR LA FONCTION RÉSISTANCE F(v) DE LA BALISTIQUE

PAR

G. TIERCY (Genève).

---

1. — On sait que le problème physique, qui consiste à chercher la trajectoire d'un projectile pesant dans l'atmosphère terrestre, est hérissé de difficultés ; si on le considère tel qu'il se présente, dans toute sa compléxité, il est inabordable dans l'état actuel de la science.

Même en le simplifiant par l'abandon des termes secondaires des perturbations dues à l'atmosphère ou au projectile lui-même, c'est-à-dire même en ne considérant que le problème balistique principal[1], on se heurte d'emblée à une difficulté considérable provenant de l'ignorance complète, où l'on se trouve, de la forme analytique de la fonction « résistance » de l'air.

L'étude théorique des lois de cette résistance est extrêmement en retard, comparée à leur étude expérimentale ; cette dernière a été poussée très loin par les artilleurs, car il leur était nécessaire de connaître les valeurs numériques de la résistance atmosphérique ; leurs expériences ont révélé les trois lois suivantes :

---

[1] Mouvement dans un milieu résistant, homogène, immobile, d'un point matériel pesant soumis à l'action : 1° de la gravité, force toujours constante et parallèle, 2° de la résistance de l'air, force toujours tangentielle.

I. La résistance de l'air est proportionnelle à la densité de l'air ;

II. Elle est proportionnelle à la section droite du projectile ;

III. Pour des projectiles de même section et de formes peu différentes, elle peut être représentée par la formule $k\mathrm{F}(v)$, où k est un coefficient constant.

On pourra donc écrire la force « résistance », en kilogrammes, comme suit :

$$\text{Résist.} = \delta \cdot \frac{\pi \mathrm{D}^2}{4} \cdot i\mathrm{F}(v) \ ,$$

où l'on a :

$$\left\{ \begin{array}{l} \delta = \text{poids du m}^3 \text{ d'air en kilogrammes (ce nombre est proportionnel à la densité) ;} \\ \mathrm{D} = \text{diamètre du projectile (en mètres) ;} \\ i = \text{indice caractéristique du projectile.} \end{array} \right.$$

Ou bien, en supposant que le facteur $\left(g\frac{\pi}{4}\right)$ entre dans $\mathrm{F}(v)$, on écrira pour l'accélération due à la résistance :

$$\gamma = c\mathrm{F}(v) \ ,$$

avec

$$\left\{ \begin{array}{l} c = i\delta \dfrac{\mathrm{D}^2}{p} \ , \\ p = mg = \text{poids du projectile en kgr.} \end{array} \right.$$

c est le coefficient balistique du projectile.

Actuellement, pour établir la solution du problème, on laisse à la résistance la forme générale $\mathrm{F}(v)$ dans les équations différentielles du mouvement ; et on conserve cette indétermination de la fonction $\mathrm{F}(v)$ jusqu'aux formules finales. On considère que la solution doit pouvoir s'appliquer à toute fonction résistance ; il suffit alors, pour l'application, d'utiliser les données de l'expérience. Remarquons que c'est aux colonels italiens Saint-Robert et Siacci que revient le mérite d'avoir montré cette voie aux balisticiens.

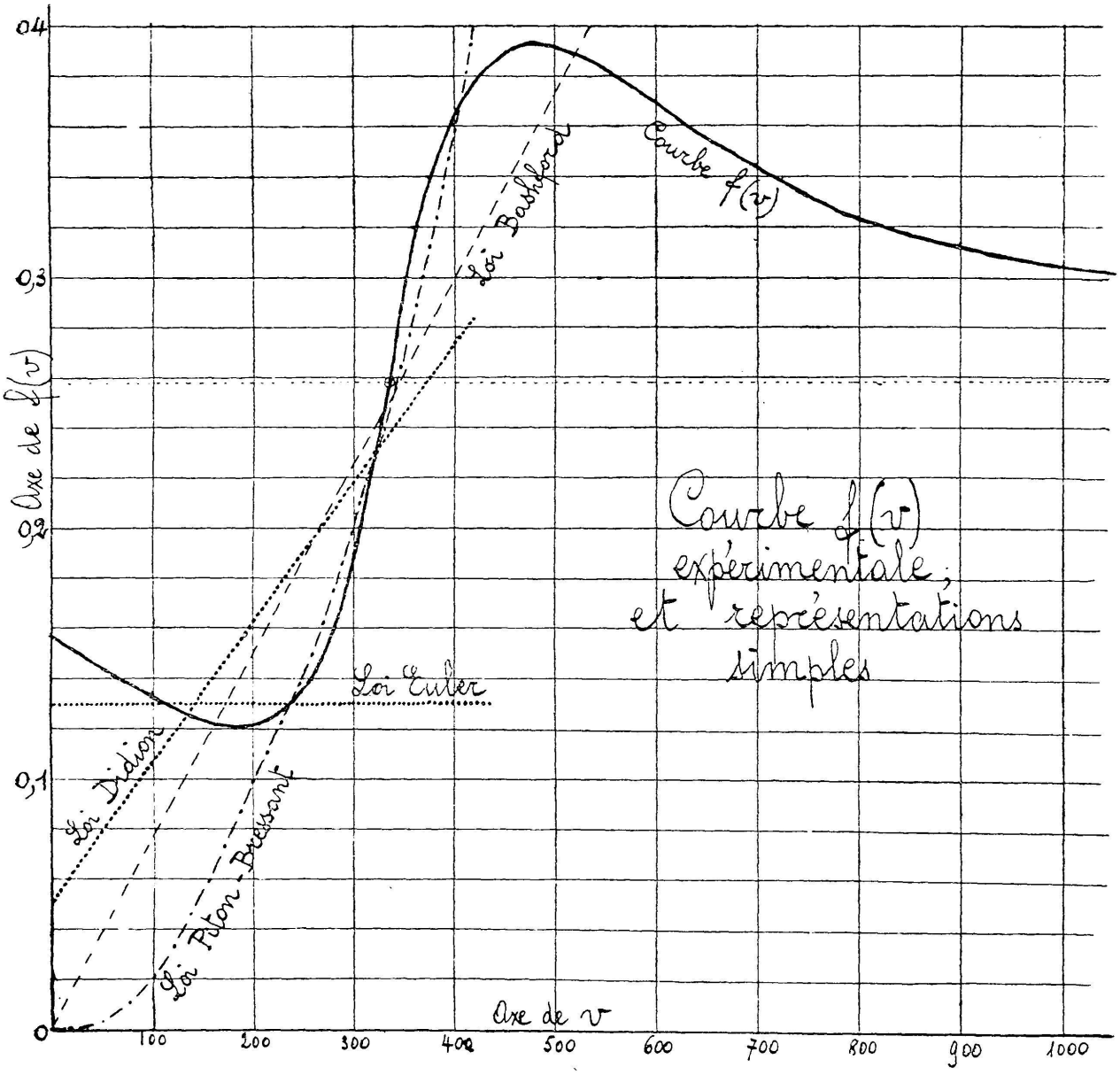
2. — Lorsqu'il s'agit d'enseignement et qu'on veut présenter à des élèves le problème du projectile dans l'air, il est de coutume de leur imposer une loi simple de résistance ($\mathrm{A}v^2$, $\mathrm{B}v^3$, etc.) ; on leur dit qu'elle est assez satisfaisante, mais on ne leur indique pas pourquoi. Il me paraît opportun d'éviter cette lacune ; et c'est si simple, si l'on veut bien se référer à l'ensemble des résultats expérimentaux obtenus ces dernières années ! Non pas que je prétende faire résoudre, par des étudiants débutants, le problème analytique contenant la fonction F indéterminée ; ce problème est trop compliqué pour eux ; il s'agit bien plutôt de leur apprendre à résoudre les équations du mouvement d'un corps dans des cas simples ; et c'est pourquoi l'on choisit les résistances $\mathrm{F} = \mathrm{A}v^2$,

$F = B v^3$, etc. ; mais je prétends qu'il importe de leur montrer très nettement, en se basant sur les expériences actuelles, dans quelles limites ces hypothèses simples sont acceptables, et pourquoi les diverses fonctions « résistance » tour à tour adoptées dans l'histoire de la balistique ont pu l'être d'une manière satisfaisante. Il est nécessaire que ces débutants, à qui l'on présente un problème si actuel et si capital, aient compris la portée des hypothèses dont ils se servent dans leurs calculs.

3. — Il serait fort malcommode d'étudier graphiquement la fonction $F(v)$ elle-même, car elle augmente très rapidement avec la vitesse v. On est donc amené à étudier le rapport de $F(v)$ à une fonction simple (par exemple : v, v^2, v^3, etc.). Le plus souvent, on étudie le rapport :

$$f(v) = \frac{F(v)}{v^2}.$$

Cette fonction $f(v)$ est inconnue analytiquement, comme $F(v)$; mais on a pu, grâce à des milliers d'expériences, dessiner sa forme (projectiles ogivaux).



C'est en examinant cette courbe qu'on saisira la portée des hypothèses faites autrefois sur $F(v)$; on comprendra l'ordre d'apparition de ces hypothèses successives, et les raisons de leur abandon.

a) Lorsque les vitesses des projectiles (bombes) étaient très faibles, variant de 75 à 250 m. environ, on avait adopté, en se basant sur les travaux de Newton, la loi carrée :

$$F(v) = Av^2 ,$$

où A était une constante convenablement choisie. On en déduit :

$$f(v) = A .$$

C'est sur cette loi qu'Euler a établi la première théorie balistique. On constatera sur le dessin que, dans les limites indiquées (75 à 250 m.), cette « loi d'Euler » s'éloigne peu de la vraie courbe $f(v)$. La loi quadratique pour $F(v)$ était donc satisfaisante (fin du XVIIIe siècle).

b) Plus tard, vers 1850, on utilisa des vitesses plus grandes, variant de 100 à 350 m. Le général Didion constata que la loi quadratique de $F(v)$ ne correspondait plus aux résultats expérimentaux, la résistance augmentant plus vite que ne l'indiquait cette loi. Il adopta la formule :

$$F(v) = av^2 + bv^3$$

(voir son *Traité de balistique,* 1860). On en tire :

$$f(v) = a + bv .$$

On voit sur le dessin que cette droite, inclinée sur l'axe des v, s'éloigne peu de la courbe vraie $f(v)$ dans le domaine s'étendant de $v = 100$ à $v = 350$. La formule de Didion était donc satisfaisante à l'époque indiquée.

c) Mais, l'artillerie se perfectionnant, les vitesses atteignirent bientôt des valeurs de 400 à 500 m. (vers 1870). La loi de Didion devint insuffisante ; de $v = 350$ à $v = 500$, elle s'éloigne trop des résultats de l'expérience. Le balisticien Bashford (*Treatise on the motion of projectiles,* 1873) choisit alors la loi cubique :

$$F(v) = hv^3 ;$$

elle donne :

$$f(v) = hv .$$

On voit que cette droite passe par l'origine des axes du dessin ; de $v = 100$ m. à $v = 500$ m., elle remplace d'une manière satisfaisante la courbe $f(v)$.

d) Plus tard encore, dans le dernier quart du XIXe siècle, Piton-

Bressant remplaça la loi de Bashford par la loi biquadratique :

$$F(v) = kv^4 \ ;$$

(Piton-Bressant, *Mélanges*, 1892). Cette formule suit de plus près l'augmentation très rapide de la résistance entre $v = 250$ m. et $v = 450$ m.

On constatera sur le graphique que cette loi de $F(v)$, qui donne :

$$f(v) = kv^2 \ ,$$

remplaçant ainsi la vraie courbe $f(v)$ par une parabole d'axe verticale et de sommet O, s'éloigne fort peu des données expérimentales pour v comprise entre 200 et 450 m.

D'ailleurs, il se trouve que cette loi biquadratique de $F(v)$, adoptée dans les équations du problème, permet une intégration assez simple.

e) Actuellement, les vitesses sont beaucoup plus considérables ; aucune des lois approchées indiquées ci-dessus pour $F(v)$ n'est valable pour v supérieure à 500 m. Le graphique le montre très nettement. On comprend dès lors pourquoi ces formes simples ont dû être abandonnées dès qu'il s'est agi de canons donnant des vitesses initiales de 600, 700, 800 m. ou plus. On peut, il est vrai, pour les grandes vitesses, adopter pour $F(v)$ une forme linéaire :

$$F(v) = a - bv \ ;$$

elle correspond à une forme hyperbolique de $f(v)$:

$$f(v) = \frac{a - bv}{v^2} \ ,$$

loi relativement satisfaisante pour les grandes valeurs de v.

4. — Il résulte des considérations précédentes que, si l'on veut absolument utiliser une représentation simple de loi « résistance », on sera conduit à une décomposition de la loi en « tranches » ; et les formules qu'on obtiendra ne seront valables qu'entre certaines limites ; la théorie obtenue n'aura aucune généralité, et l'application en sera parfois fort malaisée. C'est pourquoi les balisticiens actuels, suivant les traces de « de Saint-Robert » et de « Siacci », conservent la fonction $F(v)$, sous forme indéterminée, jusque dans les formules d'application.

Remarquons en terminant que les lois simples de résistance (résistance monômes) ne sont pas complètement abandonnées ; on les utilise encore dans certains cas ; par exemple dans le tir des mortiers, où les vitesses restent faibles.

Pour des renseignements plus complets sur les facteurs numériques du problème, nous renvoyons le lecteur au remarquable traité de Cranz.