Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 22 (1921-1922)

Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Buchbesprechung: L. Bieberbach. – Lehrbuch der Funktionentheorie. Band I : Elemente der Funktionentheorie. – 1 vol. de IV -314 pages; broché 18 fr. 70; relié 21 fr. 35 B. G. Teubner Leipzig und Berlin, 1921

Autor: Mirimanoff, D.

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 01.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Ce petit livre, d'un style alerte et vif, fourmille de remarques fines, suggestives et profondes. L'auteur voit en Einstein le véritable successeur de Descartes et dans la relativité généralisée l'aboutissement de la conception cartésienne de la physique; rien ne semble plus juste aujourd'hui.

Rolin WAVRE (Genève).

L. BIEBERBACH. — **Lehrbuch der Funktionentheorie.** Band I : *Elemente der Funktionentheorie.* — 1 vol. de IV-314 pages; broché 18 fr. 70; relié 21 fr. 35; B. G. Teubner, Leipzig und Berlin, 1921.

Ce qui frappe dans les ouvrages didactiques de M. Bieberbach, et il en a publié plusieurs, c'est le souci constant de la précision et de la rigueur la plus parfaite et, chose assez rare, une grande clarté dans l'exposition des théories les plus subtiles. M. Bieberbach a su éviter l'écueil d'un formalisme étroit et sec, qui fait le désespoir des débutants. Chaque fois qu'un raisonnement court le risque de devenir trop abstrait, l'image vient à l'appui de la démonstration, et l'on comprend que cet appel à l'intuition est légitime, puisqu'il ne s'agit au fond que d'un langage plus commode et qu'il est toujours facile d'en donner l'équivalent analytique.

Ce premier volume est consacré à la partie classique de la théorie des fonctions analytiques: représentation conforme, intégrale de Cauchy, prolongement analytique, fonctions algébriques et leurs intégrales, un aperçu de la théorie des fonctions elliptiques, les théorèmes classiques de Weierstrass et de Mittag-Leffler et une étude fort intéressante de la fonction $\Gamma(z)$.

Mais ce qui distingue ce volume de quelques ouvrages similaires, c'est que l'auteur y a tenu compte, dans une mesure plus large qu'on ne le fait habituellement, des travaux des mathématiciens contemporains. En parlant par exemple des séries à termes complexes, il indique, sans la démontrer il est vrai, une très belle propriété de ces séries découverte par M. Steinitz en 1913 et qui est l'analogue d'un théorème classique de Riemann. De même dans les paragraphes consacrés aux séries à termes variables, et en particulier aux séries entières, il fait connaître quelques généralisations relativement peu connues du théorême d'Abel sur la limite vers laquelle tend la somme d'une série entière lorsqu'on se rapproche d'un point du cercle de convergence; il compte du reste reprendre l'étude de ce problème, qui a fait l'objet de recherches importantes, dans le second volume de son ouvrage.

Dans un autre chapitre il donne une démonstration très élégante du théorème fondamental de Cauchy-Goursat que l'on doit à M. Pringsheim. Très intéressantes sont aussi ses remarques à propos de la formule fondamentale de Cauchy, dont les démonstrations, qu'il critique, ne sont pas toujours, en effet, à l'abri de tout reproche.

Mais l'un des chapitres les plus curieux, à notre avis, est celui qui est consacré à la théorie du prolongement analytique. Après avoir défini la notion très délicate de fonction analytique d'après Weierstrass, qui souvent arrête les débutants, il établit le beau théorème de Poincaré-Volterra et arrive à la conception de Riemann qui complète celle de Weierstrass et qui lui permet de préciser la notion délicate aussi de points singuliers, à laquelle il avait déjà consacré des remarques importantes dans son article « Neuere Untersuchungen über Funktionen von komplexen Variablen » (Enc. der math. Wiss., 1921).

En lisant ce chapitre, il apparaît nettement combien il est utile, dans

l'étude de ce problème, de rapprocher les points de vue de Riemann et de Weierstrass. La même remarque s'applique du reste à bien des problèmes de la théorie des fonctions. Les théories de Cauchy, de Riemann et de Weierstrass se rejoignent les unes les autres, se pénètrent et se complètent et il nous semble, en effet, qu'on a tort, comme le fait remarquer avec raison M. Bieberbach dans la préface à son ouvrage, de les traiter dans des chapitres séparés.

C'est à des théories plus récentes, dont une grande partie se rattachent aux belles recherches de Poincaré, de M. Picard et de M. Hadamard, que sera consacré le second volume du traité de M. Bieberbach. La plupart de ces travaux ont déjà été exposés dans les monographies sur la théorie des fonctions publiées sous la direction de M. Borel et dans le petit volume de M. Landau « Darstellung und Begründung einiger neuerer Ergebnisse der Funktionentheorie ». Il reste à coordonner et à classifier ces résultats, à y mettre de l'ordre et de l'unité, ce qui n'est pas chose facile, car le champ est très vaste, mais la tâche que M. Bieberbach s'est imposée sera grandement facilitée par ses travaux antérieurs.

L'excellent ouvrage de M. Bieberbach est avant tout destiné aux étudiants, mais il pourra servir de guide à tous ceux qui désirent se mettre au courant de la théorie moderne des fonctions analytiques.

D. Mirimanoff (Genève).

E. Goursat. — **Leçons sur le Problème de Pfaff.** — 1 vol. gr. in-8° de VIII-388 pages; 30 francs; J. Hermann, Paris, 1922.

La publication de ces Leçons tombe admirablement à une époque où se développe un Calcul tensoriel qui, à beaucoup d'égards, prend modèle sur l'analyse des formes de Pfaff. Quant au problème pfaffien lui-même, il est toujours posé comme son créateur l'a posé. Il s'agit d'abord de l'étude de la forme

$$\omega = X_1\, dx_1 + X_2\, dx_2 + \ldots + X_n\, dx_n \,.$$

L'équation $\omega = 0$ définit une variété à $n-1$ dimensions si de certaines conditions d'intégrabilité sont satisfaites. Sans conditions, on peut toujours la réaliser sur une variété à une dimension c'est-à-dire sur une courbe. Or, entre les deux cas, il doit y avoir manifestement des cas intermédiaires avec variétés intégrales à $n - r$ dimensions. Ceci conduit à rechercher d'abord, pour ω, des *formes canoniques* que Pfaff envisageait déjà au travers d'intégrations successives et compliquées mais que des travaux modernes (notamment ceux de Gaston Darboux, de MM. Goursat et Cartan) rendent d'une considération beaucoup plus aisée.

Si l'on cherche à attacher à ω des variétés à deux dimensions, on est immédiatement conduit au *covariant bilinéaire* ω' de ω dont les coefficients

$$a_{ik} = \frac{\partial X_i}{\partial x_k} - \frac{\partial X_k}{\partial x_i}$$

satisfont aux identités

$$\frac{\partial a_{ik}}{\partial x_l} + \frac{\partial a_{kl}}{\partial x_i} + \frac{\partial a_{li}}{\partial x_k} = 0 \,.$$