§ 1. — Etude sommaire de deux quartiques planes.

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **22 (1921-1922)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **24.05.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

APPLICATIONS GÉOMÉTRIQUES
DE LA
CRISTALLOGRAPHIE [1]

PAR

Marcel WINANTS (Liége).

CHAPITRE II.

Etude succincte d'une surface cubique à quatorze ombilics et d'une surface quadratique.

§ 1. — Etude sommaire de deux quartiques planes.

48. — Sauf expresse indication du contraire, les axes coordonnés formeront des angles droits.

Soit d'abord la courbe:

$$x^4 + y^4 = a^4 .$$

Elle admet un centre à l'origine. Les axes coordonnés et les bissectrices de leurs angles sont quatre axes de symétrie. Il existe un Λ^4 perpendiculaire au plan de la courbe.

La courbe est extérieure au cercle $X^2 + Y^2 = a^2$, sauf qu'elle le touche aux points où elle rencontre les axes coordonnés. En effet, on a:

$$(x^2 + y^2)^2 \geqq x^4 + y^4 = (X^2 + Y^2)^2 .$$

49. — Appelons δ la distance de l'origine au point (x, y) de la courbe:

$$\delta^2 = x^2 + y^2 , \qquad \delta^4 = a^4 + 2x^2y^2 ;$$

δ sera maximum pour $x = \pm y$.

---

[1] Voir l'*Enseign. mathém.*, t. XXII, nos 1-2, p. 5-29.

50. — Nous allons étudier la courbure de cette quartique. Deux dérivations successives de son équation conduisent à:

$$x^3 + y^3 y' = 0 \ , \qquad 3x^2 + 3y^2 y'^2 + y^3 y'' = 0 \ .$$

On en tire:

$$y' = -\frac{x^3}{y^3} \ , \qquad y'' = -\frac{3a^4 x^2}{y^7} \ .$$

La courbe tourne sa concavité vers le bas ou vers le haut suivant que l'ordonnée est positive ou négative. Ensuite, on a:

$$1 + \ '^2 = \frac{x^6 + y^6}{y^6} \ ;$$

le rayon de courbure est donc égal à:

$$\rho = \pm \frac{(1 + y'^2)^{\frac{3}{2}}}{y''} = \frac{(x^6 + y^6)^{\frac{3}{2}}}{3a^4 x^2 y^2} \ .$$

En annulant l'abscisse ou l'ordonnée, (elles ne peuvent d'ailleurs pas s'annuler en même temps), on trouve:

$$\rho = \infty \ .$$

Le quartique a donc quatre points d'ondulation. De l'équation même de la courbe, il résulte d'ailleurs qu'elle est rencontrée par chacune des droites $y = \pm a$, $x = \pm a$, en quatre points confondus.

51. — La quartique précédente a la symétrie d'un carré.

52. — Passons à la quartique: $\frac{x^4}{a^4} + \frac{y^4}{b^4} = 1$. On raisonnera comme pour la précédente. Elle est extérieure à l'ellipse: $\frac{X^2}{a^2} + \frac{Y^2}{b^2} = 1$, sauf qu'elle la touche aux points où elle rencontre les axes coordonnés. Ces quatre sommets sont des points d'ondulation.

53. — Cette quartique possède, comme l'ellipse, la symétrie d'un rectangle. Les deux courbes admettent tous les éléments de symétrie du système orthorhombique. Le plan d'une courbe plane peut être envisagé comme un plan de symétrie de la figure.