III. — Champ électromagnétique général.

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **23 (1923)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **25.05.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

du mot, que quand les fonctions Γ seront convenablement déterminées mais il n'en est pas moins fort remarquable que *la forme* des équations des géodésiques, *la forme* des équations du déplacement parallèle, *la forme* des dérivées en D, sont *des formes* contenues implicitement dans la matrice (5), c'est-à-dire, si l'on veut, dans la notion de tourbillon euclidien ou, ce qui revient au même, dans la formule stokienne (2) issue elle-même de la première identité (1).

III. — Champ électromagnétique général.

Prenons maintenant la seconde formule stokienne, c'est-à-dire (3). Il y a deux circonstances, absolument distinctes, qui rendent nul Δ_2 et, par suite, les deux membres de la formule.

1° On n'impose d'abord aucune condition aux M_{ij} mais $\Delta_2 = 0$ a lieu par choix de la variété V, c'est-à-dire de la fonction F qui satisfait alors à une équation aux dérivées partielles, du premier ordre, linéaire et homogène. Les équations des caractéristiques sont

$$\left\{\begin{aligned}
&\frac{\partial}{\partial x_2} M_{34} + \frac{\partial}{\partial x_3} M_{42} + \frac{\partial}{\partial x_4} M_{23} = -\rho V_{x_1}, \\
&\frac{\partial}{\partial x_3} M_{41} + \frac{\partial}{\partial x_4} M_{13} + \frac{\partial}{\partial x_1} M_{34} = \rho V_{x_2}, \\
&\frac{\partial}{\partial x_4} M_{12} + \frac{\partial}{\partial x_1} M_{24} + \frac{\partial}{\partial x_2} M_{41} = -\rho V_{x_3}, \\
&\frac{\partial}{\partial x_1} M_{23} + \frac{\partial}{\partial x_2} M_{31} + \frac{\partial}{\partial x_3} M_{12} = \rho,
\end{aligned}\right. \tag{14}$$

en posant

$$V_{x_1} = \frac{dx_1}{dx_4}, \qquad V_{x_2} = \frac{dx_2}{dx_4}, \qquad V_{x_3} = \frac{dx_3}{dx_4}$$

et en désignant par ρ un facteur de proportionnalité.

Les équations (14) constituent le *premier groupe des équations de Maxwell-Lorentz généralisées*. Elles correspondent à un E_4 qui contient des V_3 spéciales.

2° On obtient $\Delta_2 = 0$ en annulant, dans Δ_2, les mineurs de la première ligne. Alors on a des M_{ij} spéciaux, que nous appel-

lerons des M^*_{ij}, pour lesquels

$$\left\{\begin{aligned}
&\frac{\partial}{\partial x_2} M^*_{34} + \frac{\partial}{\partial x_3} M^*_{42} + \frac{\partial}{\partial x_4} M^*_{23} = 0 \,, \\
&\frac{\partial}{\partial x_3} M^*_{41} + \frac{\partial}{\partial x_4} M^*_{13} + \frac{\partial}{\partial x_1} M^*_{34} = 0 \,, \\
&\frac{\partial}{\partial x_4} M^*_{12} + \frac{\partial}{\partial x_1} M^*_{24} + \frac{\partial}{\partial x_2} M^*_{41} = 0 \,, \\
&\frac{\partial}{\partial x_1} M^*_{23} + \frac{\partial}{\partial x_2} M^*_{31} + \frac{\partial}{\partial x_3} M^*_{12} = 0 \,.
\end{aligned}\right. \tag{15}$$

Ces M^*_{ij} existent évidemment; ils sont de la forme

$$M^*_{ij} = \frac{\partial \Phi_i}{\partial x_j} - \frac{\partial \Phi_j}{\partial x_i} \,,$$

les Φ_i étant dits *potentiels électromagnétiques.*

Les équations (15) constituent *le second groupe des équations de Maxwell-Lorentz généralisées.* Elles expriment que $M^*_{ij}\,dx_i\,dx_j$ est une différentielle *exacte* dans E_4.

IV. — Champ de Maxwell-Lorentz.

Imaginons que l'on réduise la généralité précédente en posant

$$\begin{aligned}
&M_{12} = \mathbf{d}_z \,, && M_{14} = -\,c\,\mathbf{h}_x \,; && M^*_{12} = \mathbf{h}_z \,, && M^*_{14} = c\,\mathbf{d}_x \,, \\
&M_{23} = \mathbf{d}_x \,, && M_{24} = -\,c\,\mathbf{h}_y \,; && M^*_{23} = \mathbf{h}_x \,, && M^*_{24} = c\,\mathbf{d}_y \,, \\
&M_{31} = \mathbf{d}_y \,, && M_{34} = -\,c\,\mathbf{h}_z \,; && M^*_{31} = \mathbf{h}_y \,, && M^*_{34} = c\,\mathbf{d}_z \,.
\end{aligned}$$

Alors, en écrivant x, y, z, t pour x_1, x_2, x_3, x_4, et c étant une constante, les équations (14) deviennent

$$\left\{\begin{aligned}
&\frac{\partial \mathbf{h}_z}{\partial y} - \frac{\partial \mathbf{h}_y}{\partial z} = \frac{1}{c}\left(\rho\,\mathbf{V}_x + \frac{\partial \mathbf{d}_x}{\partial t}\right) \,, \\
&\frac{\partial \mathbf{h}_x}{\partial z} - \frac{\partial \mathbf{h}_z}{\partial x} = \frac{1}{c}\left(\rho\,\mathbf{V}_y + \frac{\partial \mathbf{d}_y}{\partial t}\right) \,, \\
&\frac{\partial \mathbf{h}_y}{\partial x} - \frac{\partial \mathbf{h}_x}{\partial y} = \frac{1}{c}\left(\rho\,\mathbf{V}_z + \frac{\partial \mathbf{d}_z}{\partial t}\right) \,, \\
&\frac{\partial \mathbf{d}_x}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{d}_y}{\partial y} + \frac{\partial \mathbf{d}_z}{\partial z} = \rho \,.
\end{aligned}\right. \tag{16}$$