Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 24 (1924-1925)

Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: COMBIEN PASSE-T-IL DE LIGNES DE COURBURE PAR UN OMBILIC ?

Autor: Winants, Marcel

Kapitel: Conclusion.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-515766

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 01.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Envisageons d'abord l'un quelconque des huit ombilics $x = \pm y = \pm z$. Par chacun d'eux passe un des quatre axes ternaires de la surface. En chacun d'eux se croisent trois lignes de courbure que l'on aperçoit tout de suite ($y = \pm z$, $z = \pm x$, $x = \pm y$). Ces lignes sont situées dans des plans de symétrie; ce sont des géodésiques, comme on le démontre sans difficulté.

Par l'un des six ombilics quaternaires, l'un de ceux auxquels aboutissent les Λ^4, par exemple par celui dont les coordonnées sont $x = y = 0$, $z = a$, passent quatre lignes de courbure, qui sont encore des géodésiques, et dont voici les équations:

$$x = 0 \ , \qquad y = 0 \ , \qquad x = \pm y \ .$$

Ces géodésiques, lignes de courbure, sont de deux sortes: trois d'entre elles ($x = 0$, $y = 0$, $z = 0$) ne passent que par les ombilics quaternaires; les six autres ($y = \pm z$, $z = \pm x$, $x = \pm y$) passent à la fois par des ombilics ternaires et par des ombilics quaternaires. Nous avons démontré *(loc. cit.)* que l'ensemble des trois premières constituait sur la surface le lieu des points paraboliques.

Sont-ce bien là toutes les lignes de courbure que nous cherchons ? La méthode enseignée par Hoüel nous permettrait de le voir; mais nous n'avons pas fait les calculs qui nous ont paru fastidieux.

Pour l'ensemble des lignes de courbure les quatorze ombilics présentent donc une singularité assez curieuse: par tout point infiniment voisin d'un ombilic on peut mener deux lignes de courbure, et rien que deux, mais par l'ombilic lui-même on peut dans le cas actuel en mener un plus grand nombre.

Conclusion.

Ce qui précède nous semble prouver qu'il serait très difficile de fournir pour la question proposée une réponse à la fois précise et simple. En se restreignant aux solutions *réelles*, on voit que par un ombilic il peut passer une infinité de lignes de courbure (4°, 5°), ou bien qu'il n'en passe qu'une seule (6°), ou bien enfin un nombre tout à fait quelconque (7°, 8°). Dans cette dernière

éventualité nous croyons qu'il serait malaisé d'obtenir un cas particulier du problème des trajectoires orthogonales, qui permît de se rendre plus ou moins compte de la manière assurément singulière dont les lignes de courbure se comportent dans le voisinage d'un semblable ombilic.

Enfin nous allons faire une remarque qui, très probablement, ne peut pas être généralisée: dans les différents exemples que nous avons traités (4°-8°), toute ligne de courbure passant par un ombilic est une géodésique [1].

Liége, le 20 juillet 1925.

SUR LES VOLUMES CONOÏDAUX

PAR

Pierre PAPILLON (Strasbourg).

---

1. — Le sujet n'est en lui-même point nouveau, et, c'est aux travaux de M. A. BUHL qu'il se faut reporter pour une documentation plus complète. (*Annales de la Faculté des Sciences de Toulouse*, 3me série, tome II, pages 57 et sqq.) Mais, dans ce Mémoire, l'auteur avait plus précisément en vue des propriétés attachées aux transformations stokiennes. Afin d'éviter des recherches complémentaires, pourtant fort intéressantes, je rappellerai tout d'abord la définition et l'expression générale du volume conoïdal relatif à une cloison et à un axe.

2. — Soient un contour fermé (C) tracé sur une surface (S), et un axe (D) de l'espace — que nous supposerons extérieur à la cloison pour éviter des difficultés inhérentes à tout autre disposition —; le volume conoïdal W relatif à cette cloison et à

---

[1] Dans une Note complémentaire au tome IV de la *Théorie des Surfaces* de DARBOUX, se trouvent dessinées les lignes de courbure de la surface $xyz = p^3$; je n'ai eu connaissance de cette Note qu'après la rédaction de mon article.