V. — Espace.

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **24 (1924-1925)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **25.05.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

V. — Espace.

1. — *Triangle impropre.* On a trois points remarquables ${}^0c$, ${}^1c$, ${}^2c$, dans chaque espace **A**. Ce sont les points d'intersections $(\overline{{}^0C\mathbf{A}})$, $(\overline{{}^1C\mathbf{A}})$, $(\overline{{}^2C\mathbf{A}})$. Ils déterminent le plan impropre de l'espace **A**. ${}^0c$ est le point impropre de la trace T de **A** sur π. On l'obtient, en joignant deux traces x, x' de deux plans α, α' de **A** (IV, 1). Le point ${}^ic$ n'a pas sa i-ième projection (II, 2). Pour le trouver, on cherche la droite d'intersection D des plans $({}^ic\mathrm{T})$ et α. Sa i-ième projection D_i est sur T, parce que le plan $({}^ic\mathrm{T})$ passe par ${}^ic$ (IV, 2, A). On trouve d'après IV, 4, A sa k-ième projection dans α_k. Parce que la droite cherchée rencontre π, les rayons de rappels de ses points passent par ${}^ic_k$ (III, 2, B). C'est la k-ième projection du centre de projection ${}^ic$ pour la droite D. Nous appelons ${}^0c\,{}^1c\,{}^2c$ *triangle impropre* de l'espace **A**.

2. — *Positions exceptionnelles.* — A. **A** contient π. Alors les projections ${}^ic_k$ et ${}^kc_i$ se confondent. C'est donc la méthode élémentaire de projection avec les centres à l'infini.

B. **A** contient ${}^iC$. Dans ce cas, sa trace T_i est sa i-ième projection. Spécialement pour $i = 2$:

La deuxième projection de l'espace demiorthogonal à π est une droite.

C. **A** contient ${}^1C$ et ${}^2C$. Il est donc l'unique espace impropre de l'hyperespace.

3. — *Point et espace.* Soit donné un point quelconque p_i dans π. Le plan $({}^iCp)$ et l'espace donné **A** se rencontrent suivant une droite P qui passe par ${}^ic$. p_i est donc la i-ième projection d'une droite P de **A**, passant par ${}^ic$. Or, il nous faut encore un de ses points pour la connaître. Le plus facile est de déterminer le point d'intersection p' de P et du plan $({}^kc\mathrm{T})$, parce que sa k-ième projection se trouve sur T_k. Le point d'intersection de T_{12} et de $({}^kc_ip_i)$ nous livre p'_k. $\mathrm{P}_k \equiv ({}^ic_kp'_k)$.

Toutes les droites P_k sont parallèles.

4. — *Droite et espace.* Trouvons la k-ième projection D_k d'une droite D de **A**, si D_i est donnée. Il suffit de répéter deux fois la construction de V, 3, pour deux points a et b, sur D. Il s'en suit aussitôt que chaque droite de π peut être considérée comme la

k-ième projection D_k appartenant à D_i, pourvu que l'on fasse correspondre à deux points a_i et b_i de D_i les points a_k et b_k sur D_k d'après V, 3.

Grâce à cette méthode, on peut facilement trouver le point d'intersection d'une droite quelconque E et de l'espace **A**. On trouve, d'après la méthode que nous venons d'expliquer, une droite D dans **A** telle que l'on a $E_1 \equiv D_1$ et $E_2 \equiv D_2$. Les droites E et D se rencontrent au point cherché (III, 3).

5. — *Plan et espace. Deux espaces.* Pour trouver l'intersection de ces deux figures linéaires, on procède d'après la méthode précédente et on détermine ainsi le nombre nécessaire des points communs à ces deux figures linéaires.

6. — *Constructions auxiliaires* pour résoudre les problèmes non métriques dans **A**. On peut projeter l'espace **A** d'un point o quelconque (non situé dans **A**) sur un espace **A**′ contenant π. Grâce à cette projection on parvient à la méthode élémentaire de projection sur π. Soit donc $\mathbf{A} \equiv (a\,{}^2\underline{c}\,{}^1\underline{c}\,{}^0\underline{c})$ l'espace à projeter, $\mathbf{A}' \equiv ({}^1\underline{c}', {}^2\underline{c}'\,\pi)$ l'espace de projection et $\underline{o}$ sur ${}^i\underline{C}$ le centre de projection. Chaque point a de **A** a $a_i \equiv a'_i$, si a' désigne le point projeté sur **A**′. Le point a' se trouve sur $P \equiv (\underline{o}a)$. Mais, parce qu'il est aussi dans **A**′, le point d'intersection des rayons $(a'_i\,{}^i\underline{c}'_k)$ et P_k nous représente a'_k. Pour projeter un point quelconque a' de **A**′ sur **A**, il faut trouver la droite A_k appartenant à a_i dans **A** (V, 3). L'intersection de cette droite avec $P_k \equiv (\underline{o}_k\, a'_k)$ nous donne a_k. On approuve facilement le théorème suivant: *Le plan d'intersection des espaces* **A** *et* $(\underline{o}\,\pi)$ *se projette en* π.

Pour résoudre un problème nonmétrique dans **A**, on le projette sur **A**′ et on y effectue la résolution. On fait ensuite projeter la figure cherchée sur **A**, d'après la méthode ci-dessus exposée.

VI. — Orthogonalité.

1. — *Notes préliminaires.* Soient $\underline{A}$ et $\underline{A}'$ les droites impropres de deux plans α, α'. Pour trouver les angles extrêmes d'inclinaison de ces deux plans, il faut trouver d'abord deux sécantes $\underline{B}$, $\underline{B}'$ à $\underline{A}$, $\underline{A}'$ qui soient conjuguées par rapport à la sphère absolue. Ce sont les droites impropres de deux plans complètement orthogonaux β et β', demiparallèles et demiorthogonaux à