II. — Géométrie analytique.

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **24 (1924-1925)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **23.05.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

II. — Géométrie analytique.

1° *Notions préliminaires.*

Vecteurs. Somme géométrique. Produit scalaire et produit vectoriel de deux vecteurs. Moments.

2° *Géométrie plane.*

Coordonnées rectilignes. Formules de transformation. Distance de deux points. Représentation d'une ligne par une équation. Ordre d'une courbe algébrique.

Ligne droite. Représentation de la droite. Distance d'un point à une droite; angle de deux droites [1]. Aire d'un triangle.

Coordonnées homogènes. Notions sur les points à l'infini et sur les éléments imaginaires. Rapport anharmonique de quatre points alignés et de quatre droites concourantes. Homographie. Involution.

Cercle.

Lieux géométriques.

Courbes dont l'équation est résolue par rapport à l'une des coordonnées. Tangente et normale en un point. Sous-tangente et sous-normale. Concavité, convexité, points d'inflexion. Asymptotes. Application à des constructions de courbes.

Courbes définies par l'expression des coordonnées du point courant en fonction d'un paramètre. Exemples de construction. Les courbes du second ordre et celles du troisième ordre à point double sont unicursales.

Courbes définies par une équation non résolue. — Tangente et normale en un point. Tangentes à l'origine pour les courbes algébriques dont ce point est un point simple ou multiple. Recherche des asymptotes sur des exemples numériques simples, tels que des courbes du second ou du troisième ordre.

Intersection d'une courbe algébrique, donnée par une équation en coordonnées homogènes, avec une droite arbitrairement menée par un point donné sur la courbe; tangente en ce point, supposé simple. Asymptote considérée comme tangente en un point à l'infini [2].

Courbes du second ordre. — Division en trois genres d'après la nature des points à l'infini; asymptotes. Etablir les différentes formes réduites que peut prendre l'équation d'une conique en appliquant la méthode de décomposition en carrés à des exemples numériques: formes géométriques correspondantes.

Condition pour que deux points soient conjugués par rapport à une conique; polaire d'un point. Condition pour que deux droites soient conjuguées; pôle d'une droite.

Homographie et involution sur une conique.

---

[1] Les questions d'angles et de distances, en géométrie plane et dans l'espace, ne seront traitées qu'en coordonnées rectangulaires.

[2] Les théories relatives à l'étude d'une courbe algébrique au voisinage d'un point multiple, la théorie de la Hessienne, les formules de Plücker, les formules générales relatives aux asymptotes sont en dehors du programme.

Centres, diamètres, directions conjuguées, diamètres conjugués.

Directions principales et axes de symétrie[1]; formes réduites, calcul des coefficients de ces formes.

Foyers et directrices. Recherche des foyers et des directrices sur les équations réduites[2].

Etude des courbes du second ordre sur les équations réduites: intersection avec une droite, condition de contact, problèmes simples relatifs aux tangentes[3]; propriétés focales; diamètres conjugués et théorèmes d'Apollonius pour l'ellipse et l'hyperbole[4]; ellipse considérée comme projection d'un cercle; propriétés de l'hyperbole relatives à ses asymptotes; propriétés de la parabole relatives aux diamètres, à la sous-tangente et à la sous-normale.

Deux coniques ont, en général, quatre points communs, réels ou imaginaires, à distance finie ou à l'infini. Notions succinctes sur les coniques appartenant à un faisceau linéaire; ces coniques déterminent sur une droite quelconque une involution.

Coniques homothétiques.

Coordonnées polaires. — Leur transformation en coordonnées rectangulaires. Equations de la droite, du cercle, d'une conique dont le pôle est un foyer. Tangentes, asymptotes; application à la construction de courbes dont l'équation est résolue par rapport au rayon vecteur.

Enveloppes. — Définition d'une courbe par l'équation générale de sa tangente.

Développée d'une courbe plane. *Courbure.*

3° *Géométrie dans l'espace.*

Coordonnées rectilignes. — Formule qui donne le cosinus de l'angle de deux directions. Formule fondamentale de la trigonométrie sphérique: $\cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A$. Distance de deux points. Transformation des coordonnées[5]. Coordonnées cylindriques et sphériques.

Représentation d'une surface par une équation, d'une ligne par un système de deux équations. Ordre d'une surface algébrique et d'une courbe algébrique. Représentation paramétrique des courbes et des surfaces.

Ligne droite et plan. — Représentation du plan et de la droite; problèmes simples relatifs à leur détermination et à leurs intersections. Questions d'angles et de distances. Volume du tétraèdre.

Coordonnées homogènes. — Notions succinctes sur les points à l'infini et les éléments imaginaires. Rapport anharmonique de quatre plans passant par une même droite.

Sphère[6].

Courbes gauches. — Tangente, plan osculateur. Courbure. Application à l'hélice circulaire.

---

[1] En axes rectangulaires.

[2] En axes rectangulaires.

[3] Le problème des normales issues d'un point (hyperbole d'Apollonius) n'est pas dans le programme.

[4] La construction d'une conique à centre dont on donne deux diamètres conjugués n'est pas dans le programme.

[5] Les formules de transformation, dites d'Euler, ne sont pas dans le programme.

[6] En coordonnées rectangulaires.

Surfaces. — Plan tangent, normale. Exemples de surfaces définies par un mode de génération simple (cylindres, cônes, surfaces de révolution).

Surfaces du second ordre. — Classification par la nature des points à l'infini. Conditions pour que la surface possède un ou plusieurs points doubles, à distance finie ou à l'infini. Etablir les différentes formes réduites que peut prendre l'équation d'une surface du second ordre, en appliquant la méthode de décomposition en carrés à des exemples numériques; formes géométriques correspondantes.

Condition pour que deux points soient conjugués par rapport à une quadrique; plan polaire d'un point. Condition pour que deux plans soient conjugués; pôle d'un plan. Droites conjuguées.

Centres; plans diamétraux, directions conjuguées; diamètres, diamètres conjugués [1].

Démontrer que, pour toute surface du second ordre, il existe au moins trois directions conjuguées rectangulaires. Calcul des coefficients des carrés des variables quand on prend des axes parallèles à ces directions [2]. Calcul des autres coefficients des formes réduites par la translation de ces axes.

Etude des surfaces du second ordre sur les équations réduites: sections planes, condition de contact d'un plan, problèmes simples relatifs aux plans tangents; normale [3]; sections circulaires; génératrices rectilignes [4].

III. — Géométrie descriptive.

Problèmes sur la droite et le plan. Sphère. — Section plane. Intersection avec une droite. Plan tangent; cône circonscrit; ombres.

Cônes et cylindres. — Plan tangent; contours apparents; ombres. Intersection avec une droite. Section plane; développement.

Surfaces de révolution. — Plan tangent; contours apparents; ombres. Section plane. Intersection avec une droite dans le cas où la surface est du second ordre.

Surfaces réglées du second ordre. — Hyperboloïde de révolution et paraboloïde hyperbolique. Modes de génération. Intersection avec une droite [5] Plan tangent; contours apparents; ombres. Section plane.

Intersections de surfaces : deux cônes ou cylindres; cône ou cylindre et surface de révolution; deux surfaces de révolution dont les axes sont dans un même plan.

---

[1] Toutes les discussions relatives à la distribution des plans asymptotes, des centres, des plans diamétraux et des diamètres seront faites sur les formes réduites.

[2] La surface sera donnée en axes rectangulaires.

[3] Le problème des normales issues d'un point n'est pas dans le programme.

[4] La recherche des sections circulaires et ombilics d'une surface du second ordre donnée par son équation générale, les conditions pour qu'une telle surface soit de révolution, les foyers et les focales, les propriétés des diamètres conjugués analogues aux théorèmes d'Apollonius sont en dehors du programme.

On ne donnera aucun développement sur l'intersection de deux quadriques; les élèves devront seulement savoir, en vue des applications à la géométrie descriptive, que cette intersection est une courbe du quatrième ordre, et que si elle comprend une courbe d'ordre p, le reste de l'intersection est de degré $4 - p$. La théorie générale des cubiques gauches n'est pas dans le programme.

[5] Il suffira que les élèves connaissent une méthode pour trouver les points d'intersection.