Emile Borel. — Traité du Calcul des Probabilités et de ses applications, publié avec la collaboration de L. Blaringhem, G.-V.-L. Charlier, R. Deltheil, H. Galbrun, J. Haag, R. Lagrange, F. Perrin, P. Traynard. Tome I, fascicule I: Principes et formules ...

Autor(en): **Buhl, A.**

Objekttyp: **BookReview**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **24 (1924-1925)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **05.06.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

de droits à l'existence que la pratique y trouvait amplement son compte. Les nomogrammes à index parallèles ou en équerre, de même que ceux à index circulaire, appuient élégamment ces assertions. Et si nous avons vu tout à l'heure la nomographie se combiner avec la géométrie descriptive nous la voyons se combiner avec la cinématique par glissement et pivotement des abaques les uns sur les autres. N'y a-t-il point là de quoi éveiller une vive curiosité chez ceux qui ne connaissent encore que sur ouï-dire la science des Clark, Goedseels, Lalanne, Lallemand, Lecornu, Mehmke, Soreau, science si bien représentée aujourd'hui par M. Maurice d'Ocagne qui vient, en peu de pages, de nous en rappeler les traits les plus esthétiques.

A Buhl (Toulouse).

Emile Borel. — **Traité du Calcul des Probabilités et de ses applications,** publié avec la collaboration de L. Blaringhem, G.-V.-L. Charlier, R. Deltheil, H. Galbrun, J. Haag, R. Lagrange, F. Perrin, P. Traynard. Tome I, fascicule I : *Principes et formules classiques du Calcul des Probabilités.* Tome II, fascicule III : *Mécanique statistique classique.* Volumes gr. in-8° de 150 et 160 p. Prix de chaque fascicule: 20 francs; Gauthier-Villars & Cie, Paris, 1925.

C'est véritablement d'un grand Traité (dont un fascicule dû à M. H. Galbrun a déjà été analysé ici-même) que M. E. Borel entreprend la publication; ceux de Bertrand et de Poincaré, malgré tout leur intérêt n'avaient point l'ampleur de celui de Laplace, tandis que la nouvelle œuvre pourra vraisemblablement prétendre à cette ampleur et, naturellement, à des visées plus modernes. De nombreux collaborateurs, dont plusieurs sont des techniciens avisés, apporteront au livre les plus utiles compléments.

Commençons par analyser brièvement les fascicules ci-dessus annoncés, tous deux dus à M. Borel lui-même. L'un a été rédigé par M. René Lagrange, l'autre par M. Francis Perrin.

Tome I, fasc. I. — C'est une banalité que de faire commencer le Calcul des Probabilités avec l'Analyse combinatoire. Reste à combattre le banal par l'intérêt des exemples choisis. C'est ce qui se produit ici avec le problème du scrutin où le candidat élu possède la majorité non seulement à la fin du dépouillement, mais dans tout le cours de celui-ci. Henri Poincaré n'a point dédaigné cette question créée par D. André. Citons encore les problèmes de la foule et des rencontres, le dernier facile à appuyer sur la notion d'espérance mathématique. Un des points où M. Borel a tout le mérite d'un créateur, c'est l'introduction, entre les probabilités continues et discontinues, des probabilités *dénombrables.* Celles-ci rattachent le Calcul des probabilités aux séries, tout comme les probabilités discontinues le rattachaient aux combinaisons et les probabilités continues aux intégrations à champs géométriques. Une autre originalité consiste à situer d'une manière précise les *problèmes du deuxième ordre*; ce sont surtout ceux, tels les problèmes généraux d'écart, où il faut faire appel à l'approximation donnée par des intégrales définies, les formules combinatoires cessant d'être maniables. Une théorie de la *corrélation* méritait d'être explicitée; elle introduit la valeur moyenne d'une fonction de deux phénomènes plus ou moins dépendants et renseigne sur cette dépendance quand la valeur moyenne en question est empiriquement connue.

Les probabilités continues s'adressent aux géomètres proprement dits

ainsi qu'aux analystes experts en intégrales multiples. La probabilité du segment inférieur à e, facile à obtenir dans le cercle ou la sphère mais difficile et beaucoup plus compliquée pour un espace polygonal ou polyédral suffit à attirer l'attention sur des problèmes toujours simples à poser.

Le jeu de pile ou face équivaut à l'étude de la numération binaire ou encore à celle d'un quadrillage sur lequel une partie quelconque s'inscrirait par le tracé d'une ligne brisée. Ainsi bien des résultats deviennent graphiquement intuitifs. Signalons, en passant, le cas, encore peu recommandable, du joueur ayant assez de force de caractère pour savoir se retirer du jeu au premier gain. Les questions de statistique conduisent aux *courbes à escalier* et aux intégrales définies du *problème des moments*. L'objet fondamental est la représentation approximative, par escaliers, de fonctions continues croissantes; nous retrouvons là des raisonnements nés avec les préoccupations modernes concernant les fonctions de variables réelles. Comme quoi le Calcul des Probabilités, qui tient de si près à la pratique courante, ne se trouve pas loin non plus des plus délicates et subtiles analyses concernant la continuité.

Tome II, fasc. III. — Nous voici maintenant en contact avec la réalité physique et d'une manière qui, de nouveau, ne peut susciter qu'une admiration sans réserves. La théorie donne l'impression de ces « moules mathématiques » dont parle M. Emile Picard dans ses *Mélanges de Mathématiques et de Physique* (pp. 192, 315) récemment analysés ici-même. Ce n'est pas tant la Physique qui a exigé des constructions plus ou moins diverses ou adéquates auxquelles se seraient pliées les théories probabilitaires; celles-ci continuent à s'offrir avec leurs traits généraux (par exemple avec l'invariant intégral de l'extension en phase, attaché immédiatement aux équations hamiltoniennes) et c'est dans ce moule analytique, jouant un rôle primordial, que s'insèrent les théories cinétiques maxwelliennes tout comme les théories électromagnétiques et électroptiques, dues également au génie de Maxwell, s'insèrent, par exemple, dans des formules stokiennes et des intégrales multiples identiques, au fond, à celle envisagées ici. Les images que bien des physiciens jugent trop audacieuses, ou même contraires au bon sens, se présentent ici de la manière la plus naturelle.

Tels sont la représentation de l'agitation moléculaire dans l'hyperespace, le choc entre molécules interprété comme une réflexion sur une hypersurface, la répartition moléculaire la plus probable, laquelle donne lieu à une très élégante théorie hypersphérique.

Un point extrêmement intéressant, tant par l'élégance de l'analyse que par les aperçus physiques suggérés, est constitué par la combinaison de la loi de répartition de Maxwell avec un mouvement d'ensemble de la masse gazeuse, ce mouvement pouvant être au moins une translation ou une rotation uniforme. La question du libre parcours moyen de la molécule ramène à l'emploi de la transcendante $\theta(x)$ ainsi physiquement introduite dans le Calcul des Probabilités.

De même la théorie des erreurs permet d'aborder simplement la diffusion d'un gaz en lui-même, problème qui, d'autre part, dépend d'une équation aux dérivées partielles identique à celle formée par Fourier quant à la propagation de la chaleur dans un corps homogène. Au delà, les choses se compliquent du fait de l'incertitude affectant la notion de libre parcours, mais non sans une intéressante intervention de la formule de Bayes relative à la probabilité des causes.

Parmi des compléments divers signalons l'influence d'un champ de gravitation, le cas de molécules non sphériques et de très petites impulsions, qui ne semblent pas s'accorder avec les postulats de la Mécanique ordinaire et appeler la Théorie des Quanta, la molécule où *quelque chose* vibre pour produire un rayonnement; il n'est pas indispensable de se représenter ce quelque chose pour parvenir à des équations linéaires et à des développements trigonométriques.

Nous terminons avec le Principe d'évolution ou Principe de Carnot. La Théorie cinétique s'y montre plus puissante que l'ancienne Thermodynamique; elle permet de généraliser l'entropie et ici, comme en tout ce qui précède, se montre *relativiste* en ce sens que, tantôt macroscopique, tantôt microscopique, ses résultats peuvent avoir des aspects différents pour l'observateur grossier et l'observateur subtil. En ces captivantes questions l'insaisissable et parfois si décevante notion de vérité est remplacée, de manière particulièrement heureuse, par celle d'une harmonie que personne, semble-t-il, ne pourra sérieusement contester. Il y a sans doute une forte probabilité pour que ce soit l'Analyse mathématique qui donne les meilleures représentations des phénomènes universels.

A. Buhl (Toulouse).

Paul Lévy. — **Calcul des Probabilités.** Un vol. gr. in-8° de VIII-350 pages. Prix: 40 francs. Gauthier-Villars et Cie, Paris, 1925.

Les ouvrages sur le Calcul des Probabilités naissent, à l'heure actuelle, avec une étonnante rapidité. Ceux de M. E. Borel et d'éminents collaborateurs ne sont pas encore complètement publiés qu'en voici un autre, livrant des enseignements déjà faits au Collège de France et à l'Ecole Polytechnique et d'une manière telle qu'il conquiert hautement le droit de s'imposer, en toute première ligne, à l'attention des géomètres, des psychologues et de tous les théoriciens du Hasard.

Il contient une Première partie de 133 pages qui est presque entièrement dépourvues de formules. Laplace, Bertrand, Poincaré..., ont commencé ainsi, mais ici M. Paul Lévy apporte tant de nombreuses et intéressantes remarques que le plaisir de les lire ne paraîtra certainement point défloré par quelque lecture plus ancienne. De plus, c'est avec intention que j'ai écrit le mot « psychologue ». Devant des faits qui ont des probabilités égales pour différents observateurs, lesquels conviennent d'ailleurs de cette égalité théorique, l'auteur nous fait souvent assister à des différences de jugement qu'on ne peut attribuer qu'à des différences psychologiques entre ces observateurs. Le Calcul des probabilités apparaît alors comme un mode de jugement qu'on peut concevoir, au moins idéalement, comme indépendant des psychologies personnelles. Ceci n'est pas magnifier peu le dit calcul mais Laplace promettait déjà quelque chose en ce sens et le moins qu'on puisse dire est que M. Paul Lévy a continué la grande tradition avec une rare finesse d'esprit.

Passons à la partie mathématique proprement dite. On sait le grand progrès introduit par M. E. Borel avec la notion de « probabilité dénombrable ». Ce progrès est maintenant poursuivi. Tout ce qui dissèque la continuité, les ensembles et leur mesure, les intégrales de Stieltjes et de Lebesgue, les fonctions mesurables, sommables, etc. tout cela, dis-je, est