Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 24 (1924-1925)

Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Buchbesprechung: A. Chatelet. — Les groupes abéliens finis et les modules de points entiers. —1 vol. gr. in-8° de iv-244 pages; Gauthier-Villars & Cie, Paris, 1925.

Autor: Buhl, A.

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 03.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

pour ne pas apercevoir les correspondances toutes naturelles qui peuvent s'établir entre les hyperespaces euclidiens ou non et les systèmes les plus immédiatement tangibles. En tout cas, la question est tranchée par les savants et le bel ouvrage de M. Bouligand y contribue beaucoup.

Le dernier chapitre, consacré à des compléments de dynamique analytique, s'inspire surtout, quant aux auteurs les plus modernes, des travaux de MM. Hadamard et Cartan. Ce sont d'abord les invariants intégraux, les équations canoniques et particulièrement les transformations canoniques qui jouent un si grand rôle dans les travaux de Poincaré. Mais le plus remarquable est l'intervention de l'Analysis Situs. Puisqu'aux systèmes mécaniques correspondent tout naturellement des variétés figuratrices, dont la géométrie correspond à la dynamique des systèmes en question, la topologie de ces variétés doit évidemment être de première importance et permettre de classer les équations différentielles d'origine dynamique tout comme les surfaces de Riemann, par exemple, permettent la classification des fonctions ou intégrales algébriques. Il n'y a, là encore, aucune raison générale pour que les variétés figuratrices soient euclidiennes; ce qui domine est plutôt la notion de groupe et il est fort naturel de voir cette notion apporter en mécanique un ordre analogue à celui déjà apporté en géométrie.

On voit combien est profonde l'œuvre de M. Bouligand. Elle n'en a pas moins une grande portée pratique, ainsi qu'en témoignent les très nombreux exercices illustrant le volume et comme ceux-ci ont été rédigés par un élève, brillant sans doute, mais enfin par un élève, il est à présumer que l'auteur trouvera aisément bien d'autres disciples. A. Buhl (Toulouse).

A. Chatelet. — **Les groupes abéliens finis et les modules de points entiers.** — 1 vol. gr. in-8° de IV-244 pages; Gauthier-Villars & Cie, Paris, 1925.

Il s'agit ici d'une étude abstraite malaisée à peindre rapidement. Contentons-nous de dire que les déterminants et leurs symétries qui donnent par exemple, le Calcul tensoriel, la Composition et les Fonctions permutables de MM. Volterra et Pérès, donnent également des harmonies d'importance aussi grande dans le domaine algébrico-arithmétique. Ces harmonies sont même de plus vaste envergure, les déterminants pouvant s'étendre en tableaux et en matrices, et d'origine plus ancienne puisque ce sont notamment les substitutions linéaires et les propriétés des formes quadratiques qui imposèrent des notions de groupe en lesquelles on rechercha ensuite des propriétés structurales indépendantes de tout algorithme algébrique particulier. De plus l'adjectif *abélien* nous invite à remonter jusqu'aux travaux d'Abel, ce qui n'est pas une minime recommandation.

L'impossibilité d'analyser l'œuvre d'une manière continue laisse au moins la liberté d'y signaler, de ci de là, des choses frappantes, bien faites pour éveiller la curiosité. Tel est le transport, aux matrices, des termes du langage arithmétique le plus élémentaire. Il y a des *diviseurs* et des *multiples* tantôt *à droite*, tantôt *à gauche* et l'on comprend que cette arithmétique de position correspond à des opérations matricielles qui ne sont pas toujours permutables. Il y a des *espaces*, des *polyèdroïdes*, créés par la nécessité de localiser des points *entiers* et le seul fait de chercher à mettre les matrices sous des formes canoniques simples tient lieu de problèmes de réduction résolus surtout par Hermite avec un appareil qui n'avait pas toute la pureté schématique de celui employé ici.

L'algèbre des groupes abéliens est un curieux symbolisme à éléments monomes; ces groupes sont particulièrement élégants lorsqu'ils deviennent *cycliques*. Leurs *automorphismes* admettent des produits, à produits matriciels correspondants, pour lesquels il y a associativité mais non forcément commutativité. Ces automorphismes forment des *corps* ayant une droite et une gauche. La comparaison des groupes abéliens à celui formé par les racines de l'unité conduit à la notion des *caractères*. Il y a aussi des groupes *composés*, nés d'éléments appartenant à plusieurs groupes, de même qu'on imagine aisément des tableaux assemblages de plusieurs tableaux primitifs.

Restons sur ces symétries et propriétés qui semblent, plus que d'autres, pouvoir engendrer les notions spatiales à partir du Nombre; rappelons seulement que leur étude a rassemblé les noms les plus illustres, tels ceux de Abel, Gauss, Kronecker, Dedekind, Galois, Frobenius, Hermite, Jordan, Laguerre, Netto, Stieltjes, Weber, Weierstrass.... M. Albert Châtelet a heureusement condensé ces travaux délicats où l'on domine maintenant, à peu près sans calculs, les théories algébriques les plus générales.

A. Buhl (Toulouse).

Th. De Donder. — **La Gravifique de Weyl-Eddington-Einstein.** — Une brochure de 48 pages; prix: 8 francs. Gauthier-Villars & Cie, Paris, 1924.

Il s'agit ici de ce qu'on a déjà nommé « la nouvelle Gravifique ». La première s'appuyait sur la courbure scalaire de l'espace-temps; la seconde a voulu s'affranchir de cette hypothèse géométrique et remplacer les symboles de Christoffel par des expressions, à trois indices, d'abord indéterminées. La tentative analytique était des plus intéressantes mais il semble bien qu'au point de vue physique elle ne se soit pas révélée aussi féconde qu'on pouvait l'espérer. Ceci n'est pas sans tourner à l'avantage de la véritable théorie einsteinienne, de celle d'Einstein lui-même. Là où ce dernier semblait ne pas introduire toute la généralité possible, il introduisait ce qui pouvait avoir une signification physique et cela valait certainement mieux encore. D'ailleurs Albert Einstein doit être un homme d'un heureux caractère; loin de montrer quelque humeur des transformations, sans doute trop hâtives, que l'on tentait de faire subir à sa théorie, il entreprit leur étude de bonne grâce et c'est cette étude que M. Th. De Donder nous présente par une méthode variationnelle analogue à celle déjà employée dans *La Gravifique einsteinienne* de l'éminent géomètre et physicien belge. La conclusion est bien que le résultat entrevu ne paraît point avoir de grande valeur *physique*. Est-ce-à-dire toutefois qu'il est inutile ? Il n'en est rien; outre qu'il a fait approfondir l'étude de l'espace-temps, il a aussi attiré l'attention de côté des *identités* de la Gravifique, identités dont celle de Bianchi peut donner une idée particulière. Ce rôle des identités, en Physique mathématique, là où on n'a guère considéré jusqu'ici que des équations, est parmi les révélations les plus curieuses dues aux nouvelles théories. Sur de tels points les contacts avec la théorie des groupes sont particulièrement importants. Et voilà, tout de même, un important sujet de réflexions peut-être pas très facile à cultiver, s'il faut, pour cela, revenir aux *Sitzungsberichte* de Berlin, mais que le lumineux exposé de M. De Donder a précisément mis à la portée de tous les géomètres.

A. Buhl (Toulouse).