**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique
**Herausgeber:** Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
**Band:** 24 (1924-1925)
**Heft:** 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Kapitel:** nouveau mode de décomposition des nombres entiers.
**Autor:** Winants, Marcel

**Nutzungsbedingungen**
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

**Conditions d'utilisation**
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

**Terms of use**
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

**Download PDF:** 02.07.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch**

pour la borne inférieure:

$$(n-2)\left\{1+\frac{n-7}{2}+\frac{(n-7)(n-14)}{2.3}+\frac{(n+7)(n-14)(n-21)}{2.3.4}+\ldots\right\}$$

pour la borne supérieure:

$$(n-2)\left\{1+\frac{n-1}{2}+\frac{(n-1)(n-2)}{2.3}+\frac{(n-1)(n-2)(n-3)}{2.3.4}+\ldots\right\}$$

Chacun de ces systèmes de caractéristiques, dont nous connaissons non seulement le nombre approché, mais que nous sommes à même de donner d'une façon presque immédiate, dès que nous avons une racine primitive de N, détermine *au moins* $\left[\frac{2^{n-1}}{3}\right]$ systèmes cycliques *différents* de triples de Steiner, systèmes qui possèdent ou uniquement le groupe cyclique $\{|x, 1+x|\}$ ou le sous-groupe métacyclique $\{|x, 1+x|, |x, \alpha^{2n}x|\}$, et que nous sommes à même aussi, ayant le système de caractéristiques, de donner d'une façon immédiate.

---

# MÉLANGES ET CORRESPONDANCE

## Un nouveau mode de décomposition des nombres entiers.

Dans le tome XL des mémoires de l'Académie royale de Belgique, CATALAN a fait paraître un travail intitulé: « Recherches sur quelques produits indéfinis ».

Considérons la formule (144) qui se trouve à la page 30 de ce mémoire:

$$\begin{aligned}&(1+q+q^3+q^6+\ldots)^2\\ &=(1+q^2+q^6+q^{12}+\ldots)(1+2q+2q^4+2q^9+\ldots).\end{aligned}$$

Multiplions-en les deux membres par $(1+q+q^3+q^6+\ldots)$; nous aurons:

$$\left.\begin{aligned}&(1+q+q^3+q^6+\ldots)^3\\ &=(1+q+q^3+q^6+\ldots)(1+q^2+q^6+q^{12}+\ldots)(1+2q+2q^4+2q^9+\ldots)\end{aligned}\right\}\text{(F)}.$$

A la page XXXI de sa « Théorie des Nombres », Edouard LUCAS nous apprend que tout entier est la somme de trois triangulaires.

Le premier membre de la formule (F) contient donc toutes les puissances d'exposants entiers non négatifs de la variable $q$. Il en est alors de même du second membre. Nous en concluons le théorème suivant: *N'importe quel entier peut s'obtenir par l'addition d'un carré, et de trois triangulaires dont deux sont égaux.* Exemples:

$$16 = 16+0+0+0 = 9+1+3+3 = 4+10+1+1 = 4+6+3+3$$
$$= 4+0+6+6 = 1+15+0+0 = 1+3+6+6 = 0+10+3+3\ ;$$
$$18 = 16+0+1+1 = 9+3+3+3 = 1+15+1+1 = 0+6+6+6\ .$$

Marcel WINANTS (Liége).

## Sur le théorème de Kariya.

*A propos d'un article* de M. H. LEBESGUE.

1. M. H. LEBESGUE généralise, dans les numéros 5-6 de l'*Enseignement mathématique* (tome XXIII, p. 292), le théorème de KARIYA. Il l'énonce: *si $S$ et* s *sont pôle et polaire par rapport à la conique $\Sigma$ par rapport à laquelle deux triangles homologiques $T$ et* t *sont polaires réciproques, le couple ($S$,* s*) définit des homologies qui transforment* t *(ou $T$) en triangles homologiques avec $T$ (ou* t*).*

Sous cette forme le théorème est rattaché à une grande théorie: celle des pôles et polaires dans les coniques. La démonstration qu'en donne M. LEBESGUE (p. 296) peut être présentée simplement sur une conique générale. Celle que nous donnons ci-dessous nous a été enseignée par notre éminent maître, M. Cl. SERVAIS, professeur à l'Université de Gand; non pas pour justifier le théorème de Kariya mais pour établir l'existence et les propriétés des coniques conjuguées. Nous prouvons ainsi que le théorème de M. Lebesgue est un corollaire de la théorie des coniques conjuguées, étudiée par PONCELET dans le cas de l'homologie harmonique.

2. *Théorème classique.* — Deux triangles ABC, $A_1B_1C_1$ tels que les sommets A, B, C de l'un sont les pôles des côtés $B_1C_1$, $C_1A_1$, $A_1B_1$ de l'autre par rapport à une conique réelle ou idéale $\Sigma$ sont dits réciproques par rapport à $\Sigma$; ils sont homologiques. Les couples B, C et $B_1$, $C_1$ peuvent être imaginaires conjugués.

En effet, soient B', C', D, E les points d'intersection de BC avec $A_1C_1$, $A_1B_1$, $A_1A$, $B_1C_1$ et F le point ($AA_1$ — $B_1C_1$). Puisque un faisceau de droites est projectif à la ponctuelle des pôles de ces droites, on a successivement

$$A_1(BCDE) \barwedge (B'C'ED) \barwedge A_1(B'C'ED) \barwedge (C_1B_1EF)\ .$$

Donc

$$(BCDE) \barwedge (B_1C_1FE)$$

et les droites $BB_1$, $CC_1$, $AA_1$ sont concourantes.