Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 24 (1924-1925)

Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Buchbesprechung: H. Galbrun. — Assurances sur la vie. Calcul des primes, 1er fascicule du tome III du Traité du Calcul des Probabilités et de ses applications, publié par M. Emile Borel. —Un vol. in-8º raisin (25-16) de 310 pages; 35 fr.; Gauthier-Villars et Cie, Paris, 1924.

Autor: Mirimanoff, D.

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 03.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

reste l'activité mathématique dans ce domaine particulier n'a pas été assez grande pour que le portrait tracé en 1916 ait perdu sa ressemblance. Je ne trouve même pas que la première partie de l'arithmétique des formes quadratiques parue en 1898 ait vieilli outre mesure. Malgré le long intervalle qui les sépare, les deux volumes forment un ouvrage qui ne manque pas d'unité, ce qui tient en partie à ce qu'ils sont consacrés à des domaines bien délimités. Si le premier volume étudie surtout le problème de la représentation des nombres par des formes quadratiques, le second est consacré au grand problème de la réduction des formes et aux questions qui s'y rattachent: problèmes relatifs aux minima des formes, approximations diophantiques, formes extrêmes, caractères arithmétiques des nombres algébriques, etc.

L'auteur part des formes binaires auxquelles il consacre le tiers de son volume. La théorie élémentaire étant supposée connue, Bachmann se place dès le début à un point de vue plus élevé en introduisant, à côté des méthodes purement arithmétiques, ces belles représentations géométriques des nombres et des formes qui entre les mains de Minkowski ont donné des résultats si inattendus. On est conduit ainsi de la manière la plus naturelle aux procédés et aux méthodes de Selling, de Minkowski, d'Hermite, aux fractions continues de Hurwitz et de Fueter. Dans l'étude des problèmes relatifs aux minima des formes binaires l'auteur expose les belles recherches de Markoff et de Schur, peu connues, si je ne me trompe, et consacre ensuite un long chapitre aux réseaux des formes binaires. C'est encore sur la considération des réseaux qu'il s'appuie dans l'étude des formes quadratiques ternaires. Et le même point de vue apparaît dans la théorie générale des formes quadratiques à n variables, qui sont étudiées avec une grande ampleur.

Il serait difficile d'énumérer tous les problèmes que l'auteur aborde dans ce livre; il suffira de dire que les recherches les plus modernes (antérieures à 1916) y sont mentionnées et analysées avec soin. Je crois que rien d'essentiel n'y est omis. A chaque page éclate une érudition peu commune qui nous avait déjà frappé dans ses publications précédentes. On sait du reste que dès ses premiers travaux Bachmann s'était entièrement consacré à l'étude de la théorie des nombres, cette reine des mathématiques, qu'il s'y livrait avec passion « comme il arrive à presque tous ceux qui s'en occupent » (je cite Legendre). Il est vrai qu'aucune science peut-être n'exerce une attraction plus grande.

D. Mirimanoff (Genève).

H. Galbrun. — **Assurances sur la vie. Calcul des primes,** 1er fascicule du tome III du *Traité du Calcul des Probabilités et de ses applications*, publié par M. Emile Borel. — Un vol. in-8° raisin (25-16) de 310 pages; 35 fr.; Gauthier-Villars et Cie, Paris, 1924.

Dans un cours élémentaire sur la théorie des assurances on peut se passer à la rigueur du secours de l'analyse infinitésimale, de même qu'il est possible, par un détour aussi artificiel qu'inutile, d'éliminer de cette théorie les notions empruntées au Calcul des Probabilités. Mais en cherchant ainsi à mettre la théorie des assurances à la portée de tout le monde, on court le risque de ne jamais sortir du champ étroit des applications banales. Ai-je besoin de dire que l'auteur des « Assurances sur la vie » se place à un

point de vue plus élevé ? Dans son livre, de même que dans ses publications antérieures, il s'attache surtout à dégager les idées générales, en poussant plus loin l'étude des cas caractéristiques, en rapprochant et en généralisant les méthodes classiques. Aussi la variable continue et l'analyse infinitésimale s'introduisent-elles dès les premières pages et l'auteur est-il conduit à utiliser les recherches les plus récentes sur la loi des grands nombres et la formule de Laplace, dues en grande partie aux mathématiciens russes. On est surpris alors de voir à quel point, malgré son ampleur nouvelle, l'étude de ce sujet délicat se simplifie et se condense, les calculs se ramenant toujours, quel que soit le problème particulier qu'on a en vue, à celui d'une intégrale définie d'un type déterminé.

Les résultats auxquels on arrive ainsi sont fort intéressants. et l'avantage est grand de pouvoir, dans une étude théorique, s'élever au-dessus des procédés particuliers. Cette tendance à aller au fond des choses, le caractère à la fois simple et élevé de l'ouvrage de M. Galbrun en font l'un des livres les plus suggestifs et, je dirai, les plus captivants, celui qui résume peut-être de la manière la plus originale les divers aspects de la théorie moderne des assurances sur la vie. Ce volume n'est du reste que l'un des dix-sept fascicules du grand « Traité du Calcul des Probabilités et de ses applications » publié par M. E. Borel avec la collaboration de L. Blaringhem, C.V.L. Charlier, R. Deltheil, H. Galbrun, J. Haag, R. Lagrange, F. Perrin, P. Trainard.

Je crois inutile d'analyser séparément les huit chapitres du livre de M. Galbrun. Chacun d'eux apporte soit des suggestions et des vues nouvelles, soit des remarques intéressantes. Quelques-uns de ces chapitres sont consacrés, totalement ou en partie, à des théories auxiliaires purement mathématiques, indispensables à une étude approfondie des assurances, tel par exemple le chapitre premier, où l'on trouve des pages intéressantes consacrées au théorème de Bernoulli et à celui de Tchébicheff, qui permettent, par une extension naturelle aux paris complexes de l'assurance sur la vie, de mettre en lumière la véritable nature des opérations d'assurance; tel aussi le chapitre III qui est consacré à l'interpolation et à la sommation (formule de Lubbock, formule d'Euler). Le calcul des assurances proprement dit est abordé dans le chapitre IV qui traite du capital différé et des annuités viagères sur une tête, le chapitre V est consacré à l'assurance au décès sur une tête, le chapitre VI à la théorie des groupes de têtes, le chapitre VII aux assurances et rentes de survie, le chapitre VIII au chargement des primes et les principales combinaisons d'assurances sur la vie.

Ces chapitres initient graduellement au mécanisme du calcul, sans jamais abandonner les grandes lignes directrices indiquées au début de l'ouvrage. Les primes sont considérées comme les valeurs probables de paris sur la durée de la vie humaine, chaque versement marquant le début d'un pari nouveau, procédé commode permettant d'établir rapidement les formules classiques.

Une note des plus intéressantes intitulée: « Quelques remarques sur les probabilités de décès et la loi des erreurs » termine l'ouvrage de M. Galbrun. Dans cette note, qui se rattache aux considérations développées dans le premier chapitre, l'auteur cherche à mettre en lumière l'analogie du problème de l'assurance et de la théorie des erreurs. Cette analogie, qui est grande, conduit à penser que la formule célèbre de Laplace, généralisée par Tchébicheff, Markoff et Liapounoff, reste encore valable dans le cas de l'assurance. Mais ici se présente une difficulté sur laquelle M. Galbrun

a raison d'attirer notre attention. Les formules de Laplace, de Markoff et de Liapounoff sont des formules asymptotiques; elles ne sont rigoureusement vraies qu'à la limite, lorsque le nombre s des variables est infini. Or, dans la pratique, on les applique de confiance, quelque soit s, sans pouvoir affirmer que le reste qu'on néglige est réellement négligeable. Aussi, comme le fait remarquer M. Galbrun, est-il préférable, dans les cas des assurances, de s'appuyer sur les fameux théorèmes de Tchébicheff de 1867 (*Journ. de math.*, t. 12), qui permettent de résoudre les mêmes problèmes sans passer par l'intégrale de Laplace, avec une approximation généralement suffisante dans le cas des assurances sur la vie.

Les mathématiciens liront avec plaisir les dernières pages de la note terminale consacrées à des recherches intéressantes de M. Galbrun sur la formule de Laplace se rattachant à un mémoire du même auteur inséré dans le tome XLI du Bulletin de la Société mathématique.

Un second fascicule, qui paraîtra prochainement, traitera du calcul des réserves mathématiques.

D. Mirimanoff (Genève).

A. V. Vassilief. — **Le nombre entier.** Aperçu historique avec 24 portraits et figures et une table (Bibliothèque mathématique) (en russe). — 1 vol. gr. in-16° de 268–IV p., Pétrograde, 1922.

On ne peut s'empêcher d'admirer l'énergie et le courage des mathématiciens russes qui continuent, en dépit des conditions parfois déplorables de l'après-guerre, à travailler sans relâche et à produire. Markoff et Liapounoff sont morts, mais ceux qui restent, et ils sont nombreux, suivent avec une attention toujours en éveil le mouvement de la pensée mathématique en dehors de leur pays et y prennent une part extrêmement active.

Depuis deux ans, M. A. Vassilief, bien connu des lecteurs de l'*Enseignement mathématique*, a publié deux livres remarquables: un volume très curieux sur la théorie de la relativité « Espace, temps, mouvement » imprimé à Berlin [1], et cet aperçu historique sur la théorie des nombres, paru à Pétrograd sous le titre « Le nombre entier », un livre de dimensions modestes qui ne s'adresse pas aux spécialistes, mais que les spécialistes liront avec profit. Peu de livres, en effet, sous un volume aussi petit, contiennent des renseignements aussi précieux. On ne peut n'être pas frappé du sens des proportions, si important dans un ouvrage de ce genre, et de l'érudition toujours si exacte de l'auteur. Déjà dans les premiers chapitres du livre où il esquisse à grands traits la genèse de la science des nombres et où il cherche par des rapprochements curieux à marquer la place qu'ont prise, dans l'élaboration des premiers principes, les différents peuples de l'antiquité — les Egyptiens, les Babyloniens, les Grecs et les Hindous, l'auteur tient compte des documents les moins connus et des travaux historiques les plus récents. Mais sa connaissance parfaite des sujets qu'il est amené à traiter apparaît surtout dans l'étude des progrès réalisés depuis Diophante, auquel il consacre une vingtaine de pages des plus suggestives. C'est d'abord les Arabes, l'époque de la renaissance et les géomètres du XVIe et du XVIIe siècle, précurseurs ou contemporains du grand Fermat. La tâche de l'historien devient particulièrement ardue à

[1] *L'Ens. math.*, 23e année; p. 128.