Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 25 (1926)

Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Buchbesprechung: H. Andoyer. — Cours de Mécanique céleste. Tome II — 1 vol. in-8° de 451 p.; Fr. 90; Gauthier-Villars & Cie, Paris.

Autor: Tiercy, G.

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 14.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

BIBLIOGRAPHIE

H. Andoyer. — **Cours de Mécanique céleste.** Tome II. — 1 vol. in-8° de 451 p.; Fr. 90; Gauthier-Villars & Cie, Paris.

Ce Tome II comprend la suite de la théorie des planètes, la théorie de la Lune, la théorie du mouvement de rotation de la Terre et de la Lune autour de leurs centres de gravité et la théorie des anciens satellites de Jupiter: quatre grands problèmes de la Mécanique Céleste, traités incontestablement avec élégance et un grand souci de concision. D'ailleurs, on aperçoit rapidement que ces questions fondamentales sont présentées par un astronome qui vise à obtenir un résultat concret; ses développements analytiques sont constamment accompagnés de conclusions numériques; le lecteur, à chaque pas, est ainsi averti que le but est atteint; et cela contribue fortement à donner une idée exacte de l'importance des problèmes à résoudre et de leurs réalités.

Les deux premiers problèmes, les plus importants, accaparent les Livres III et IV du présent tome, de beaucoup les plus volumineux. Les Livres V et VI sont réservés aux deux derniers problèmes.

Le premier chapitre du Livre III qui est le 14me de l'ouvrage entier, est consacré aux équations du mouvement des planètes, suivant la méthode de la variation des constantes. La fonction perturbatrice, désignée par V, est une somme de termes de la forme $fm'R$; et le développement de R a été donné dans le premier volume. L'auteur arrive ainsi, dès le début du livre, à présenter les développements des seconds membres des équations du problème. Et du même coup, on aperçoit la nécessité de choisir, pour les intégrer, une méthode d'approximations successives. Puis, on voit intervenir les perturbations ou inégalités d'ordre p; ce qui conduit immédiatement au fameux théorème de l'invariabilité des grands axes, dû à Laplace, Lagrange et Poisson. On voit encore que le nombre des termes utiles, à prendre dans les développements obtenus pour les inconnues par la méthode précédente, est limité; et l'on arrive à une solution satisfaisante, du point de vue pratique, mais valable seulement pour un intervalle de temps borné.

Le chapitre suivant, le 15me, est consacré au calcul effectif des perturbations des éléments et des perturbations des coordonnées. L'auteur y montre différents choix que l'on peut faire pour les constantes qui resteront dans les équations; il insiste sur le fait que leurs valeurs ne pourront résulter que de la comparaison de la théorie aux observations précises. Ici, Jupiter, Saturne, Uranus sont mis à contribution.

Le chapitre 16me donne de nouvelles méthodes pour le calcul des perturbations du mouvement des planètes. Il s'agit ici de méthodes permettant

d'arriver, plus vite que par la méthode de la variation des constantes, à la détermination des inégalités des coordonnées; l'auteur expose les deux méthodes de Laplace et de Hansen; celle de Laplace a été utilisée par Newcomb pour les nouvelles théories de Mercure, Vénus, la Terre, Mars, Uranus et Neptune; celle de Hansen a été appliquée par Hill aux cas de Jupiter et de Saturne. L'auteur apporte d'ailleurs, à l'une ou à l'autre de ces méthodes, des modifications importantes. D'autre part, ayant établi la solution du problème par une des nouvelles méthodes, l'auteur se donne la peine de la comparer aux résultats dus à la méthode de la variation des constantes.

Il s'agit ensuite de montrer que c'est surtout dans l'application numérique qu'une méthode comme celle de Hansen s'avère avantageuse. Et cela amène tout naturellement le chapitre 17me, qui traite du développement numérique des perturbations. L'auteur expose pourquoi les développements purement analytiques, présentés par les trois méthodes de résolution signalées plus haut, sont désavantageux; et comment l'on est amené à recourir aux méthodes d'interpolation. Il explique la méthode due à Cauchy, qui s'applique aisément au calcul numérique des coefficients des perturbations, dans la marche de Hansen. Le calcul est indiqué jusqu'aux perturbations du deuxième ordre, par rapport aux masses perturbatrices. On trouve encore dans ce chapitre l'exposé d'une méthode pour déterminer les perturbations séculaires du premier ordre des éléments osculateurs du mouvement d'une planète, où l'auteur suit les principes établis primitivement par Gauss.

Le chapitre 18me, consacré aux théorèmes généraux relatifs aux inégalités séculaires et à longue période, est destiné à combler en partie le déficit fatal des solutions précédentes; celles-ci, à cause de la présence de termes séculaires et de termes mixtes, ne peuvent être valables que pour un intervalle de temps borné; or, on peut souhaiter obtenir des résultats valables pour de plus longues durées. S'inspirant des travaux de H. Poincaré, l'auteur établit, en fin de compte, comment on peut remplacer les termes séculaires principaux de la théorie des planètes par des termes périodiques, au moins dans les cas où l'on néglige les puissances supérieures des excentricités et des inclinaisons. Il indique quelles conclusions curieuses on peut déduire de cette transformation, en ce qui concerne la stabilité du système solaire; et il montre les objections que l'on peut faire.

Le Livre IV est consacré à la théorie de la Lune. On sait que ce problème est un des plus difficiles de la mécanique céleste, et l'un des plus importants. On sait aussi combien ce problème est familier à l'auteur; dans le chapitre 19me, il l'expose avec adresse, signalant les difficultés de tous ordres qui se présentent, ainsi que les moyens d'éviter de trop longs développements; il fait emploi des remarquables travaux de G. W. Hill et de M. E. W. Brown. Il montre, en particulier, comment la solution analytique du problème, si nécessaire du point de vue théorique et dans certaines applications, est désavantageuse d'une façon générale pour le calcul des valeurs numériques des inégalités du mouvement de la Lune avec une approximation suffisante; et sa conclusion est que ces valeurs numériques doivent être calculées directement.

Le chapitre 20me est réservé à l'exposé de la théorie de Brown. Le calcul des valeurs numériques des coefficients y est complètement développé. Et l'auteur fournit les développements de quelques fonctions, nécessaires pour

appliquer les formules de la théorie précédente, et qui n'ont pas encore été donnés.

Dans les deux chapitres qui suivent, l'auteur donne une nouvelle méthode pratique pour le calcul des inégalités du mouvement de la Lune. La méthode de Brown, satisfaisante du point de vue théorique, l'est un peu moins du point de vue pratique, car elle exige des développements en séries fort pénibles à établir. La méthode proposée par M. Andoyer permet de déterminer, avec moins de peine, les inégalités du mouvement, d'abord celles dépendant de l'excentricité et de l'inclinaison, puis celles dépendant de l'excentricité et de la parallaxe solaires.

Après quoi, avec le chapitre 23me, l'on reprend le problème de la Lune par la méthode de la variation des éléments. L'auteur présente un procédé d'approximations successives, que fournit immédiatement la dite méthode. Et il compare les résultats de ce nouveau calcul à ceux obtenus dans les chapitres précédents.

Le chapitre 24me étudie les équations générales dont dépendent les perturbations de la théorie solaire du mouvement de la Lune. C'est là une reprise du problème par les théories générales qui ont fait l'objet du chapitre II du premier volume de l'ouvrage. Les valeurs numériques sont établies ici avec une approximation qui sera presque toujours suffisante. Et cette application directe des théories générales permet de traiter le problème des accélérations séculaires.

Le dernier chapitre du Livre s'occupe des inégalités secondaires du mouvement de la Lune. On y constate que le calcul de ces inégalités, dues aux diverses fonctions perturbatrices, est un travail considérable et minutieux; on s'en rendra compte si l'on sait que beaucoup de ces inégalités sont sensibles au centième de seconde d'arc près, mais que très peu d'entre elles atteignent une seconde. L'auteur se borne d'ailleurs au calcul approché des inégalités les plus importantes; pour les autres, il expose les méthodes générales à suivre.

Le Livre V traite du mouvement de rotation de la Terre et de la Lune autour de leurs centres de gravité.

L'auteur étudie d'abord la théorie relative à la Terre, en rapportant directement le mouvement de la Terre au plan de l'écliptique mobile. Les calculs sont développés d'une façon très claire; les données numériques résultent des calculs faits dans les livres précédents; et celles fournies par l'observation sont empruntées à S. Newcomb. Le problème est envisagé du point de vue analytique; et l'on y fait l'hypothèse essentielle que la Terre est assimilable à un corps solide. L'auteur prend soin de signaler que, si l'on voulait pousser l'étude plus loin, il serait nécessaire d'examiner dans quelle mesure les observations, en particulier celles de la variation des latitudes, justifient l'hypothèse en question.

Le problème du mouvement de rotation de la Lune est traité de la même façon que celui de la rotation de la Terre.

Le Livre VI entreprend la théorie des quatre anciens satellites de Jupiter. C'est un problème nettement défini mais très complexe car il dépend d'un grand nombre de constantes difficiles à déterminer d'une façon précise.

Le premier des deux chapitres qui lui sont consacrés s'occupe des équations du problème, le plan de référence des xy étant le plan moyen de l'orbite de Jupiter à l'origine du temps (1900, janvier 0,0; temps moyen de Green-

wich). L'auteur y applique la méthode générale de la variation des constantes et il établit les coefficients numériques des équations.

Au dernier chapitre, il montre la détermination approchée du mouvement des satellites; il procède par approximations successives, en suivant les principes généraux exposés au chapitre 18me; puis il indique de quelle façon il faudra tenir compte des perturbations du mouvement képlérien de Jupiter.

Et il termine en faisant remarquer que la véritable difficulté de ce problème consiste dans la détermination effective des constantes dont il dépend, en particulier des masses des satellites.

L'ouvrage de M. Andoyer présente certainement les applications des grandes théories de la Mécanique Céleste sous une forme originale. Il a le mérite de ne rien dissimuler des difficultés rebutantes des calculs; et ce premier mérite s'accompagne d'un second, non moins grand, qui est d'indiquer comment on peut se tirer d'affaire avec la moindre peine.

G. Tiercy (Genève).

Th. De Donder. — **Théorie des champs gravifiques** (Mémorial des Sciences mathématiques dirigé par Henri Villat; fasc. XIV). — Un fascicule gr. in-8° de 60 pages. Prix : 12 francs. Gauthier-Villars et Cie, Paris, 1926.

Ce fascicule complète naturellement le fascicule VIII déjà publié dans le « Mémorial » par M. De Donder et analysé ici même page 154 du présent volume.

L'exposition de l'auteur a toujours eu un caractère de particulière originalité ; il ne recourt point au calcul différentiel absolu, ni beaucoup même aux développements modernes de la géométrie différentielle, pour s'appuyer surtout sur le principe d'Hamilton et la méthode variationnelle, ce qui d'ailleurs est conforme aux méthodes originelles d'Einstein.

L'avantage du procédé est d'abord de mettre immédiatement en évidence les symétries tensorielles fondamentales tout en parlant, autant qu'il est possible, le langage de la Mécanique ordinaire ; c'est ainsi, par exemple, que la notion générale de *tenseur phénoménal* est identifiée avec celle de *force totale généralisée.*

De telles préoccupations s'accusent mieux encore dans l'étude du champ massique où la théorie est mise d'accord avec les notions de « mesures physiques »; elle peut redonner le tenseur ordinaire de l'élasticité d'après Cauchy et de telles coïncidences aident puissamment à la compréhension subséquente de la théorie einsteinienne. Alors que la conception de Minkowski réunissait l'espace et le temps, ce qui était fort commode dans un monde idéal où on n'imaginait que de la lumière, M. De Donder essaie ici de ne pas abuser de l'espace-temps, abus qui n'est pas sans inconvénients dans le monde physique réel où les expérimentateurs sont habitués à mesurer différemment l'espace et le temps.

Le champ gravifique électromagnétique est le domaine par excellence des belles symétries analytiques ; il est « maxwellien » non parce que Maxwell a découvert quelque vérité (?) qui s'impose désormais à toutes les théories, mais parce que jamais équations physiques ne s'approchèrent autant des principes de la connaissance analytique que les équations de Maxwell. Ce rôle primordial va simplement et aisément de pair avec celui des formes lagrangiennes et hamiltoniennes. Sans doute des difficultés subsistent dans