Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 25 (1926)

Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Buchbesprechung: J. Haag. — Calcul des Probabilités. Applications au tir. — Tome IV. fascicule I du Traité mentionné à l'article précédent. Un vol. gr. in-8° de vi-184 pages, 19 figures, 8 tableaux numériques et 10 diagrammes. Prix :30 francs. Gauthier-Villars et Cie, Paris, 1926,

Autor: Buhl, A.

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 12.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Les probabilités dénombrables interviennent rapidement ; on peut rechercher, dans une suite illimitée de décimales, des arrangements finis et ce au moyen d'une infinité dénombrable d'épreuves ; ou bien des arrangements dénombrables au moyen d'épreuves en nombre fini ; ou bien encore des arrangements dénombrables au moyen d'épreuves en infinité dénombrable. Le système binaire offre des exemples simples dans ces trois ordres d'idées et l'on peut ensuite passer aisément au cas du système décimal. De nouveaux ensembles de mesure nulle naissent ici de manière fort naturelle. Le nombre susceptible d'éveiller l'attention fait généralement partie de tels ensembles et cependant son existence arithmétique ne fait aucun doute. On pourrait même, si on le désirait, retourner la thèse et recréer la notion de mesure nulle sur la théorie de faits, arithmétiques ou autres, à probabilité nulle, quoique à existence possible et même certaine puisqu'il y a des choses certainement possibles qui n'arrivent jamais. Peut-être ici devrais-je m'excuser de dépasser la pensée de M. Borel, lequel se tient strictement sur le terrain mathématique, mais il ne peut déplaire à l'éminent auteur qu'on trouve l'occasion de paraphraser son exposé. Même arithmétisé, le Calcul des Probabilités est encore, par excellence, une science d'applications qui se peuvent apercevoir sous les formes les plus diverses.

Les fractions continues interviennent ensuite et c'est encore tout ce qu'il y a de plus naturel puisqu'il s'agit d'un mode de représentation arithmétique peu différent en somme du mode numérique ordinaire. Les quotients incomplets des fractions en question ont des modes de croissance avec des probabilités pour que cette croissance soit plus ou moins rapide que celle de fonctions données. On peut passer de là à des comparaisons probabilitaires entre croissances fort quelconques et atteindre aussi un paradoxe de Zermelo sur les mesures de certains ensembles géométriques, mesures qui ne semblent pas coïncider suivant le tour adopté pour le raisonnement. Le paradoxe n'est qu'apparent. Comme l'a fait remarquer, une fois de plus, M. Zaremba (voir l'analyse du fascicule XV du « Mémorial ») on confond alors certaines notions avec d'autres plus générales.

Tout ceci doit suffire à laisser transparaître toutes les richesses des aperçus de M. Borel. Les chiffres souvent invoqués pour leur précision peuvent aussi évoquer l'idée d'une vie ondoyante et aléatoire.

Le volume se termine par quatre Notes complétant certains exposés du corps de l'ouvrage. Ici je ne retiendrai que la première qui explique brièvement les termes et les lemmes fondamentaux de la théorie des ensembles. Ainsi l'amateur de probabilités n'aura rien à chercher hors de ces pages si originales et captivantes.

A. Buhl (Toulouse).

J. Haag. — **Calcul des Probabilités. Applications au tir.** — Tome IV, fascicule I du *Traité* mentionné à l'article précédent. Un vol. gr. in-8° de VI-184 pages, 19 figures, 8 tableaux numériques et 10 diagrammes. Prix : 30 francs. Gauthier-Villars et Cie, Paris, 1926.

Les officiers d'artillerie ont naturellement une formation mathématique ; la dernière guerre a fait naître la réciproque et des théoriciens des mathématiques sont devenus artilleurs, la contribution ainsi apportée à la balistique étant aussi notable qu'intéressante. Le volume de M. Haag paraît être né dans ces circonstances ; nous y trouvons aussi des noms d'analystes très

purs, tels celui de M. René Garnier. Quant à M. Paul Lévy, c'est à la fois l'analyste et le probabiliste par excellence.

Le problème du tir rappelle les probabilités géométriques et bien des pages du présent volume se rattacheraient facilement à celui de M. Deltheil récemment analysé ici (ce tome, p. 135). De plus la loi de Gauss triomphe en balistique et M. Haag entreprend justement de la justifier aussi minutieusement qu'il est possible par l'étude théorique de la dispersion à partir des causes de celle-ci. Il introduit très élégamment des probabilités vectorielles menant elle-même, très intuitivement, aux ellipses de probabilité. Le tir *percutant* devant atteindre des points généralement situés dans une région plane (sol, cible) de contour donné, le tir *fusant* devant généralement provoquer des éclatements dans l'espace, nous sommes ici, très exactement, dans le domaine de la probabilité continue et l'on passe du premier cas au second comme l'on passe d'un problème à deux variables à un problème à trois, l'essence même des formules n'étant pas altérée.

Dans les tirs balistiques et la confection des tables de tir, l'auteur discute longuement l'influence du nombre de coups tirés. La question est fort délicate. Théoriquement on est porté à penser que plus les coups seront nombreux, plus les moyennes de toute nature seront satisfaisantes mais, en fait, on ne peut prolonger l'expérience à volonté ; la pièce s'échauffe, les circonstances atmosphériques varient, etc. Il faut donc ici, avec un nombre d'épreuves souvent très limité atteindre, du moins autant que possible, des résultats pour lesquels les méthodes probabilitaires ordinaires demanderaient un très grand nombre de ces mêmes épreuves. D'où une grande variété de méthodes auxquelles s'attachent généralement les noms d'officiers spécialisés en la matière.

Le tir à la cible obéit généralement à une loi de Gauss isotrope ; les ellipses de probabilité sont des cercles. Il y a là d'ingénieux usages de gabarits, également circulaires, pour apprécier la précision du tir et le nombre de points à attribuer au tireur.

Le réglage du tir admet une sorte de théorie empirique qui suppose une *hausse d'essai* et une *hausse de but*, différant de moins d'une *fourchette* ; autrement le but n'est pas *encadré*. La théorie mathématique pure est un problème de probabilité des causes intéressant quant au recours à la formule de Bayes mais d'un secours discutable en pratique.

Là encore un tir prolongé est loin d'être l'idéal ; il faut savoir profiter d'un petit nombre d'encadrements. On peut régler un tir sur les points d'une droite de référence puis sur un but intersection de deux telles droites ; particulièrement simple est le cas où celles-ci sont les diamètres conjugués d'une ellipse de probabilité.

A l'*efficacité* correspond la notion précise de *densité* du tir en un point du but à atteindre. Toujours de même, il est bien évident que cette densité augmente avec la consommation, mais une opération tactique n'admet ni un temps infini, ni un nombre illimité de projectiles ; il faut donc demander à la théorie une densité maximum pour une consommation donnée.

Un dernier chapitre sur le tir de chasse nous ramène à la loi de Gauss et la met spécialement en valeur, le tir à plombs réalisant des effets moyens beaucoup plus certains que le tir à balle.

Quatre notes particulièrement mathématiques terminent le volume. La dernière comprend les tableaux et diagrammes ci-dessus mentionnés. Le caractère systématique de l'œuvre est manifeste et il permet la condensation

de développements techniques présentés de manière beaucoup plus encombrante dans de gros traités de balistique. La géométrie probabilitaire est ici traitée sur le terrain sans rien perdre de son élégance théorique.

A. Buhl (Toulouse).

Th. Leconte et R. Deltheil. — **Eléments de Calcul différentiel et de Calcul intégral.** — Deux volumes in-16 de chacun 220 pages, avec 69 et 75 figures (Collection Armand Colin). Prix du volume : broché, 7 fr. ; relié, 8 fr. 50. Armand Colin, Paris, 1926.

Cet ouvrage peut représenter la partie la plus analytique d'un cours de Mathématiques générales savant et profond quoique fort intuitif. On peut se demander si le Traité de Mathématiques générales présenté complet, sous forme d'un ou plusieurs gros volumes (il y en a de tels), est véritablement l'idéal. Il y a tant de choses à enseigner sous la rubrique en question : Analyse, Géométrie analytique, Géométrie cinématique, Calcul vectoriel, Calculs numériques, sans parler de la Mécanique proprement dite. Ne vaudrait-il pas mieux recourir à des ouvrages de même esprit mais se divisant sur les spécialités indiquées ? Ne cherchons pas à trancher ce point d'une manière définitive ; remarquons seulement que la collection Armand Colin rend cette conception possible et attrayante avec des auteurs comme MM. Tresse, Bricard, Béghin, Gau et enfin MM. Leconte et Deltheil.

Nous sommes ici en présence d'une science très courante ; il est difficile de l'analyser sous des couleurs originales et cependant les auteurs ont eu bien des idées dignes d'être soulignées. La représentation graphique quoique peu rigoureuse (p. 13) est ici essentielle. Certes, le continu graphique est loin de contenir toute la logique de la continuité mais, accepté tel quel, il est indéniablement objet de science. Et l'acceptation de cette idée ne va pas sans l'indication d'intéressantes singularités qui laissent déjà soupçonner toute la complexité de la notion en litige.

Passons rapidement sur les fonctions élémentaires rationnelles ou trigonométriques, sur la notion de dérivée non toutefois sans remarquer la genèse de la notion d'équation différentielle (p. 59). On passe ensuite aux différentielles, sujet délicat au delà du premier ordre mais justement éclairé par des changements de variable en des équations différentielles. Indiquons de nombreuses variations de fonctions, les formules de Mac-Laurin et de Taylor, les fonctions de deux variables correspondant à la conception de surface.

Le calcul intégral commence avec la notion d'aire. Lx est défini par sa dérivée et comme L (ax) et Lx ont même dérivée on a

$$\mathrm{L}\,(ax) - \mathrm{L}\,(x) = \text{const.} = \mathrm{L}a\,.$$

Ce raisonnement fait l'effet d'un bijou d'une extrême simplicité et du meilleur goût. Viennent alors les fonctions exponentielles et leurs combinaisons en forme de fonctions hyperboliques. La recherche des fonctions primitives est traitée avec un grand luxe d'exemples indiquant les cas originaux qu'il y a intérêt à séparer des méthodes générales. La théorie des séries numériques bénéficie du Calcul intégral par l'usage de critères de convergence intégraux (p. 171) et la règle de multiplication des séries se