# N.-N. Saltykow. — Sur la théorie des équations aux dérivées partielles du premier ordre d'une seule fonction inconnue, Conférences faites sous les auspices de la Fondation Universitaire dans les quatre Universités Belges (1923-1924). — Un volume gr. in-...

Autor(en): **Buhl, A.**

Objekttyp: **BookReview**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **25 (1926)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **26.05.2024**

**Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

**Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

**http://www.e-periodica.ch**

Un chapitre est spécialement consacré aux enveloppes, développées et développantes en géométrie plane.

La géométrie dans l'espace est reprise par les méthodes vectorielles. La courbure des surfaces est illustrée par l'indicatrice, les théorèmes de Meusnier et d'Euler. Il y a cinquante ans, on ne connaissait de telles choses qu'en approchant de la licence; maintenant c'est la géométrie du néophyte, à peine au-dessus du baccalauréat. Encore un demi-siècle et l'on utilisera certainement, au pays bien connu de Mathélem, des méthodes de Calcul différentiel absolu. Peu de détails sur les quadriques présentées simplement comme exemples de surfaces gauches particulièrement élémentaires.

En résumé, condensation heureuse, adroite, avec beaucoup d'exercices. Je ne crains pas de vanter le livre plus que M. Tresse lui-même en disant qu'il me semble suffisant pour une préparation à l'Ecole Centrale.

Mais quelle que soit leur destination, les jeunes gens y verront certainement un guide commode et même aimable vers des régions mathématiques plus élevées.

A. Buhl (Toulouse).

N.-N. Saltykow. — **Sur la théorie des équations aux dérivées partielles du premier ordre d'une seule fonction inconnue.** Conférences faites sous les auspices de la *Fondation Universitaire* dans les quatre Universités Belges (1923-1924). — Un volume gr. in-4° de 172 pages; Gauthier-Villars et Cie, Paris; Maurice Lamertin, Bruxelles, 1925.

Voici véritablement un grand, très grand ouvrage sur les équations aux dérivées partielles du premier ordre. L'auteur est un spécialiste connu partout et particulièrement en France où la primeur de beaucoup de ses travaux a été réservée aux *Comptes rendus* de Paris.

Il s'agit évidemment d'une exposition très savante, très imposante, prenant, dès le début, le cas de $n$ variables pour des équations en $x$, $p$ et l'on conçoit qu'il n'est pas aisé de donner une idée d'une telle œuvre dans un article comme celui-ci d'où les formules sont généralement bannies.

Cependant les idées fondamentales de M. Saltykow sont simples, ainsi qu'il convient dans une théorie ayant vraiment de la valeur, et il me semble surtout en distinguer deux principales.

La première consiste à étudier l'équation aux dérivées partielles en elle-même, sans recours à une autre théorie, telle la théorie des groupes. Ce n'est pas dire que celle-ci soit exclue; le nom, les formules de Lie reviennent souvent dans ces belles pages mais cela vient quand les équations à étudier y conduisent naturellement. Les problèmes d'intégration sont toujours traités à partir des équations à intégrer.

La seconde grande idée, combien justifiée par la seule symétrie, est de ne rien laisser dans l'ombre des rapports qui unissent l'équation avec son système caractéristique S qui, pour les équations en $x$, $p$, est le système canonique classique.

Or, à ce point de vue, bien des ouvrages élémentaires donnent des idées insuffisantes et dissymétriques. Ainsi, pour prendre un exemple très simple, on lit couramment, dans nombre de traités élémentaires, que pour intégrer la petite équation des problèmes géométriques de l'espace ordinaire, l'équation en $x$, $y$, $z$, $p$, $q$, il *suffit* de trouver *une* intégrale de S. Cela permettra, avec l'équation donnée elle-même, de calculer $p$ et $q$ d'où $dz$ et la

formation de l'intégrale complète par intégration d'une équation différentielle totale. Sans doute cela suffit pour obtenir *une* intégrale complète mais cela ne donne qu'une vue très insuffisante sur les harmonies cependant si remarquables qui unissent l'équation et son système caractéristique. Et, même dans le petit problème de géométrie, l'intégrale complète trouvée par la méthode précédente peut ne présenter que des propriétés peu ou pas intéressantes alors qu'on aurait eu beaucoup mieux avec une autre intégrale de S.

Dans les cas les plus généraux, M. Saltykow cherche justement à préciser tout ce que l'on peut obtenir des éléments analytiques accessibles; certes on n'a pas toujours des systèmes complets d'intégrales pour des systèmes différentiels tant soit peu compliqués mais il faut savoir reconnaître toutes les propriétés des éléments possédés. Les propriétés *involutives* jouent naturellement un très grand rôle en tout ceci. Considérées à un point de vue par trop immédiat et utilitaire ces propriétés sont souvent décevantes; ainsi deux intégrales d'un système canonique, combinées par la parenthèse de Poisson, doivent en donner une troisième... qui se réduit le plus souvent identiquement à une constante ou à une intégrale déjà possédée. Il y a comme cela des *cycles* d'intégrales desquels on ne peut plus sortir et le théorème de Poisson apparaît alors comme vain. Or ce n'est pas là le vrai point de vue: un système différentiel révèle quelque chose de sa nature intime par ses cycles, ses groupes fonctionnels d'intégrales qui peuvent permettre de transformer le système et d'y reconnaître de nouvelles conditions d'intégrabilité.

Les grandes conceptions de ce genre sont nombreuses dans ce magnifique ouvrage qui remet en honneur la théorie des caractéristiques avec une pureté digne de Cauchy. Tous les résultats essentiels sont étendus finalement aux équations qui contiennent *explicitement* les fonctions inconnues.

Quelques mots sur la personnalité de l'auteur, je pense, ne sembleront point superflus.

Voici bien trente années que les publications de M. Saltykow ont attiré mon attention et seulement quelques semaines que je l'ai rencontré en personne, à Bruxelles, dans cette Belgique si accueillante aux proscrits et particulièrement à la pensée proscrite. Belgrade lui fut d'abord un port de salut car il fallut fuir Kharkow et son Université, dans des conditions atroces où d'autres intellectuels laissèrent non seulement leurs biens mais leur vie.

Et l'on se demande avec stupeur quel bénéfice un grand pays comme la Russie peut trouver à se séparer de tels hommes.

A. Buhl (Toulouse)

P. Appell. — **Traité de Mécanique rationnelle.** Tome V. *Eléments de Calcul tensoriel, Applications géométriques et mécaniques*, avec la collaboration de R. Thiry. — Un volume gr. in-8° de vi-198 pages. Prix: 40 francs. Gauthier-Villars et Cie. Paris. 1926.

Grâce à M. P. Appell et à son collaborateur M. R. Thiry, on peut dire que maintenant les théories einsteiniennes triomphent *officiellement* en France. Ce triomphe a même quelque chose de particulièrement éclatant puisqu'il est consacré par un cinquième volume venant s'adjoindre à un *Traité de Mécanique* dont la renommée est absolument universelle. Et l'esprit dans lequel est fait le nouvel exposé est véritablement excellent;