P. Lévy. — Analyse fonctionnelle (Mémorial des Sciences mathématiques ; fasc. V). — Un fascicule gr. in-8° de 56 pages. Prix : 12 francs. Gauthier-Villars et Cie. Paris. 1925.

Autor(en): **Buhl, A.**

Objekttyp: **BookReview**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **25 (1926)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **05.06.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

M. Kraitchik. — **Le Problème des Reines.** — Un fascicule in-4° de 24 pages. Prix : 7 francs. « L'Echiquier ». Bruxelles, 1926.

Ce n'est pas sans curiosité que j'ai parcouru ce fascicule écrit par un mathématicien de talent. Rien n'est plus banal, en effet, que d'entendre les joueurs d'échecs invoquer les mathématiques à tort et à travers, cependant que beaucoup de mathématiciens dédaignent le jeu. Un passage de Diderot, cité par M. Kraitchik, confond les deux classes d'individus dans une même réprobation, attendu que « la *chose* du mathématicien n'a pas plus d'existence dans la nature que celle du joueur ». Diderot n'avait pas l'esprit hellène !

Ici les *choses* sont fort bien mises en place. Il y a des questions communes aux mathématiques et au jeu d'échecs et, plus précisément, il y a des questions mathématiques qui empruntent leurs données au même jeu.

Sur l'échiquier ordinaire, de 64 cases, le problème des 8 reines consiste à placer celles-ci de telle manière qu'aucune ne puisse être prise par une autre. Or, c'est là un problème très mathématique, déjà traité, en partie, dans les *Récréations* d'Edouard Lucas, généralisable pour le cas de n^2 cases, qui admet des symétries, des rotations, des réflexions, des groupes permettant de construire des ensembles de solutions à partir de l'une d'elles. L'auteur a pu former ainsi des tableaux arithmétiques d'une condensation ingénieuse, ce qui ne l'a pas empêché d'illustrer son exposition de nombreux échiquiers dont l'un a jusqu'à 625 cases. Dans de tels développements, le mathématicien domine certainement le joueur.

A. Buhl (Toulouse).

P. Lévy. — **Analyse fonctionnelle** (Mémorial des Sciences mathématiques ; fasc. V). — Un fascicule gr. in-8° de 56 pages. Prix : 12 francs. Gauthier-Villars et Cie. Paris. 1925.

L'auteur des *Leçons d'Analyse fonctionnelle*, professées au Collège de France et publiées en 1922, a dû considérer comme un simple divertissement d'écrire ce fascicule qui peut jouer, quant aux *Leçons* précédentes, le rôle d'une Introduction d'une très grande clarté.

Il s'agit des *fonctionnelles* définissables, si l'on veut, comme fonctions des n valeurs fixes que l'on peut attribuer approximativement à une $x(t)$, dans les n intervalles partageant le segment $t(0, 1)$, mais quand n croît indéfiniment.

A cette limite, l'idée ne renferme plus rien d'approximatif et la fonctionnelle est une sorte de fonction, d'une infinité de variables, représentable dans un espace fonctionnel à une infinité de dimensions. Cet espace possède sa géométrie et rien que ceci suffirait à le légitimer. De plus, des fonctionnelles linéaires, quadratiques... apparaissent sous forme intégrale à partir de formes linéaires, quadratiques... ordinaires.

Les variations fonctionnelles conduisent aux dérivées fonctionnelles et ceci donne une origine des plus naturelles à une foule d'équations intégrales (Fredholm, Volterra...).

Les équations aux dérivées fonctionnelles généralisent les équations aux différentielles totales ; leur condition d'intégrabilité revient à une permutabilité de dérivées partielles, ce qui les rapproche précisément de tant d'autres équations d'analyse courante. L'intégration ici généralisée admet également une extension de la théorie des caractéristiques de Cauchy accom-

pagnée, ce qui est fort naturel, d'une autre extension concernant les équations de Jacobi-Hamilton.

L'intégration dans le domaine fonctionnel donne lieu à des considérations fort curieuses. Deux volumes semblables sont en rapport k^n dans l'espace à n dimensions ; or, pour n infini, deux étendues fonctionnelles sont en rapport nul ou infini. On ne juge alors de tels rapports qu'avec les notions d'ensemble, de mesure, de nombres transfinis...

L'espace *différentiel* de M. Norbert Wiener est un espace à coordonnées probables déjà considéré sous d'autres espèces par R. Gateaux. L'espace, très habituel et à deux dimensions, nous manque pour en dire davantage mais ceci suffira certainement pour diriger bien des curiosités vers l'exposition simple et brillante du fascicule de M. Paul Lévy.

A. Buhl (Toulouse).

E. Goursat. — **Le Problème de Bäcklund** (Mémorial des Sciences mathématiques ; fasc. VI). — Un fascicule gr. in-8° de 54 pages. Prix : 12 francs. Gauthier-Villars et Cie. Paris. 1925.

Le problème de Bäcklund, au sens *strict*, consiste à déterminer deux éléments de surfaces x, y, z, p, q et x', y', z', p', q' liés par *quatre* relations données à l'avance. Au sens *large*, il faut entendre que, des deux surfaces qui se correspondent ainsi, l'une d'elles peut dégénérer en une courbe et même en un point.

La résolution de ce problème n'était point aisée et M. Goursat semble y travailler depuis plus de vingt ans, parmi, bien entendu, tant et tant d'autres beaux travaux qui occupèrent le même savant. Aujourd'hui, on peut considérer la question comme résolue ; c'est un prolongement de la théorie des transformations de contact, une sorte de réplique de la théorie des groupes qui, comme cette dernière, revêt sa forme la plus simple par l'usage judicieux des formes de Pfaff accompagnées de la notion de covariant bilinéaire.

Il peut arriver que les z et z' des surfaces en correspondance satisfassent à des équations aux dérivées partielles du second ordre, soit du type de Monge-Ampère, soit d'un type plus complexe ; on passe alors de l'une à l'autre équation par une *transformation de Bäcklund* et c'est peut-être ce dernier point de vue qui a le plus fait pour l'extension d'une théorie qui fut d'abord d'origine géométrique avec les surfaces à courbure totale constante et celles de Weingarten. C'est ainsi que l'on trouve déjà l'étude de la « Transformation de M. Bäcklund » dans la *Théorie des Surfaces* de Gaston Darboux (T. III, p. 438). G. Darboux déplorait alors la non originalité véritable de la dite transformation, combinaison de deux autres dues à Lie et Bianchi. Maintenant les choses sont généralisées de manière telle, dans le domaine analytique, que le problème de Bäcklund et les transformations y attachées ont une originalité indéniable, une grande et puissante généralité quant aux changements de formes dont les équations aux dérivées partielles sont susceptibles.

Le Maître qui a le plus travaillé le sujet, je veux dire M. Goursat, a naturellement aiguillé vers celui-ci les recherches de plusieurs de ses élèves. Qu'il me soit permis de donner un dernier souvenir à la mémoire de l'un de ceux-ci, à celle du brave Jean Clairin, tué à l'ennemi au cours de la Grande Guerre.

A. Buhl (Toulouse).