Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 25 (1926)
Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: LA STATIQUE EXPOSÉE A UN NOUVEAU POINT DE VUE
Autor: Appell, Paul
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-20666

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 15.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

LA STATIQUE

EXPOSÉE A UN NOUVEAU POINT DE VUE

PAR

M. Paul APPELL, membre de l'Institut (Paris).

On expose actuellement la statique, dans l'enseignement, en partant du principe du travail virtuel. Ce principe revient à considérer un déplacement du système en quelque sorte tangent au déplacement réel: il donne toutes les positions d'équilibre, les instables comme les stables, quoique les premières ne puissent pas être réalisées physiquement sans l'intervention du frottement.

Le principe que nous employons est le suivant: *Les forces appliquées à un système au repos tendent à produire un travail positif; dès lors, si, pour tous les déplacements très petits possibles, le travail des forces appliquées est négatif ou nul, le système ne bouge pas; il est en équilibre.*

Nous appelons « très petits » les déplacements, qui comprennent la position d'équilibre considérée mais aucune autre.

Ce principe est plus général que celui des travaux virtuels car il envisage des déplacements finis tandis que celui des travaux virtuels envisage seulement des déplacements infiniment petits.

Notre principe donne d'ailleurs seulement les positions d'équilibre stable.

Soit donc un système de points matériels dans une position d'équilibre sous l'action de forces connues. Ces points étant au repos, les forces appliquées ne leur impriment aucun mouvement, en vertu des liaisons qui leur sont imposées. Imaginons un déplacement très petit, compatible avec les liaisons imprimées au système: nous appellerons ce déplacement un « déplacement fictif ». Pour tous ces déplaccments fictifs, d'après notre prin-

cipe, la somme des travaux des forces est négative. Sans poser ce fait en principe, MM. Levi-Civita et Amaldi l'ont signalé en plusieurs passages de leurs *Lezioni di Meccanica razionale* publiées à Bologne en 1922.

Le principe, que nous avons énoncé plus haut, conduit naturellement à celui des travaux virtuels et à l'équation générale de la statique mais on va voir, que le principe des travaux virtuels n'est autre que ce théorème que la différentielle d'une fonction s'annule lorsque la fonction passe par un maximum ou un minimum. Imaginons un déplacement fictif dans lequel chaque point du système ne part pas de la position d'équilibre mais décrit une courbe passant par cette position en partant d'un certain point, en atteignant la position d'équilibre et en la dépassant.

Dans ce déplacement le système est un système à liaisons complètes dont la position dépend d'un seul paramètre q: nous supposons que tous les points arrivent en même temps à leur position d'équilibre pour une certaine valeur q_0 du paramètre; si nous considérons le travail des forces et si nous admettons que la position est une position d'équilibre suivant notre principe, ce travail $\mathcal{T}$ sera croissant jusqu'à la position d'équilibre et décroissant après; $\mathcal{T}$ est donc une fonction de q qui est maximum dans la position d'équilibre c'est-à-dire pour $q = q_0$. La différentielle de $\mathcal{T}$ est donc nulle dans l'équilibre: comme

$$\mathcal{T} = \int \Sigma (X\,dx + Y\,dy + Z\,dz) ,$$

on a, dans l'équilibre,

$$\Sigma (X\,dx + Y\,dy + Z\,dz) = 0 \qquad (1)$$

ce qui constitue l'équation générale de la statique, telle qu'on la déduit du principe du travail virtuel.

Mais de ce que la différentielle d'une fonction est nulle il ne résulte pas que cette fonction est maximum: elle peut être *minimum*.

En cherchant les positions qui vérifient la condition (1), on trouve donc toutes les positions d'équilibre, les stables comme les instables. Cette condition est, en effet, remplie quand le tra-

vail des forces appliquées est positif pour certains déplacements effectués, à partir de la position d'équilibre, dans un sens ou dans l'autre. Si chaque point suit une courbe passant par la position d'équilibre, de telle façon que tous les points arrivent en même temps dans leur position d'équilibre, le travail est minimum au moins pour certaines courbes, dans la position d'équilibre.

CE QUE NEWTON DOIT A DESCARTES

PAR

Florian CAJORI (Berkeley, Californie),

De grands événements historiques peuvent parfois en éclipser d'autres, ayant peut-être une égale importance. La lutte, qui dura un demi-siècle, entre les idées de Newton sur les mouvements des planètes s'exécutant, selon lui, d'après la loi de la gravitation, et les premières idées de Descartes sur les mouvements planétaires qu'il attribuait à de vastes tourbillons de matière subtile remplissant les espaces célestes, fut un événement d'importance capitale. Elle marqua un conflit entre les conceptions de deux grands savants — conflit aussi intense que celui qui s'éleva entre les systèmes de Copernic et de Ptolémée. Nous nous imaginons l'esprit de Newton aux prises avec celui de Descartes; nous croyons voir de l'antagonisme, même une opposition hostile. Or, cette façon d'envisager les choses au point de vue historique, est exclusive et fausse. Les rapports véritables entre Newton et Descartes furent totalement différents.

Tout en rejetant la théorie des tourbillons, Newton apprécia beaucoup les travaux de Descartes qui, sur plus d'un point, eurent une influence sur ses propres recherches. L'objet de cette Note est précisément de montrer *ce que Newton doit à Descartes.*

D'après les renseignements biographiques réunis par son neveu John Conduit, Newton s'initia à la géométrie, non pas par