P. Humbert. — Fonctions de Lamé et Fonctions de Mathieu (Mémorial des Sciences mathématiques ; fasc. X). Un fasc. gr. in-8° de 58 pages. Prix : 12 francs. Gauthier-Villars et Cie. Paris. 1926.

Autor(en): **Buhl, A.**

Objekttyp: **BookReview**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **25 (1926)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **05.06.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

Les espaces de Riemann ont toujours une première représentation très intuitive en la surface S qui a deux dimensions dans l'espace à trois ; ils sont formés de fragments infiniment petits de nature euclidienne, de même que S est formée, si l'on veut, de facettes planes infiniment petites. Bien que cela ne soit pas nécessaire, on peut les étudier en les considérant comme plongés dans des hyperespaces euclidiens.

Que de belles choses, que de merveilleuse harmonie, laissant loin le point de vue euclidien ordinaire. Pour ceux qui croient à la Science esthétique, ceci n'est-il pas suffisant pour donner droit de cité aux Théories d'Einstein ?

A. Buhl (Toulouse).

P. Humbert. — **Fonctions de Lamé et Fonctions de Mathieu** (Mémorial des Sciences mathématiques ; fasc. X). Un fasc. gr. in-8° de 58 pages. Prix : 12 francs. Gauthier-Villars et Cie. Paris. 1926.

Peu de points restent, à l'heure actuelle, obscurs dans la théorie des équations différentielles, du type fuchsien, admettant trois singularités. On ne saurait en dire autant des équations du même type en admettant quatre ; ces dernières peuvent se réduire à une forme due à Karl Heun, forme dans laquelle on peut distinguer l'équation de Lamé, comme cas particulier, et l'équation de Mathieu, comme cas de confluence. Ces équations ont un grand rôle dans les applications physiques et, d'ailleurs, Klein et Bôcher ont fait cette curieuse remarque que toutes les fonctions jouant un rôle en Physique mathématique satisfont à une équation obtenue par confluence à partir du type à cinq singularités : équations de Lamé, de Mathieu, de Riemann-Gauss, de Weber, de Bessel, de Stokes. Le présent fascicule n'est donc pas une étude, plus ou moins fortuite, de fonctions particulières ; c'est l'Introduction naturelle à l'étude de piliers fondamentaux de la Science.

Les fonctions de Lamé naissent très simplement lorsque, l'équation de Laplace, à trois variables, étant écrite en coordonnées elliptiques ϱ, μ, ν, on en cherche une solution de la forme $R(\varrho)\,M(\mu)\,N(\nu)$. C'est, toutes réductions faites, une équation différentielle linéaire, du second ordre, sans second membre, à coefficient elliptique ; dès que l'on en possède une solution particulière, par fonctions de Lamé *de première espèce*, on peut, par les procédés élémentaires bien connus, en trouver une autre par fonctions de Lamé dites alors *de seconde espèce*. D'où l'intégrale générale. Les dégénérescences vers des fonctions plus simples sont nombreuses ; les applications et les généralisations ne le sont pas moins. Les figures d'équilibre d'un fluide en rotation, les tourbillons, la déformation des surfaces et tant d'autres questions de mécanique ou de géométrie conduisent inéluctablement aux fonctions de Lamé.

L'équation de Mathieu naît aussi d'un problème physique (vibrations d'une membrane elliptique). Constituée comme l'équation de Lamé, son unique coefficient n'est que trigonométrique. Cependant, l'élévation de la théorie n'est pas moindre. On intègre encore par fonctions de Mathieu de deux espèces différentes. Par applications à la Physique indéniablement moderne, la seconde équation est plus proche de nous que la première ; c'est ainsi qu'elle intervient dans l'étude des oscillations hertziennes à la surface d'un sphéroïde. Mieux peut-être que l'équation de Lamé, elle se rattache aux équations intégrales. De tous côtés, dans de tels exposés, appa-

raissent les plus remarquables résultats transcendants nés, non de l'abstraction, mais d'énoncés physiques généralement très simples.

A. Buhl (Toulouse.)

G. Bouligand. — **Fonctions harmoniques. Principes de Picard et de Dirichlet** (Mémorial des Sciences mathématiques ; fasc. XI). Un fasc. gr. in-8° de 52 pages. Prix : 12 francs. Gauthier-Villars et Cie. Paris. 1926.

Le domaine, exploré ici — et combien savamment — par M. Bouligand, donne une excellente idée de la portée des conceptions d'analyse qui se sont surtout développées depuis le commencement du siècle : généralisations intégrales telles que celle de Lebesgue, calcul fonctionnel, lemmes de croissance, etc.

Le Problème de Dirichlet est d'origine physique ; il consistait d'abord à trouver la distribution de la température dans un solide chauffé, par sa surface externe, suivant un mode connu. Il a été étendu à l'hyperespace et M. Bouligand y voit effectivement la recherche d'une fonction harmonique de n variables prenant des valeurs données sur une frontière donnée. Les procédés intégraux abondent immédiatement ce qu'on aperçoit déjà avec la théorie du potentiel dans l'espace ordinaire : théorème de Gauss, équation de Poisson, etc. Mais il faut ici, toujours dans l'hyperespace, faire jouer un rôle particulièrement important au théorème de la moyenne qui fait d'une fonction harmonique une fonction invariante par *médiation* sphérique.

La notion de « fonction de Green » est également primordiale ; cette fonction offre cette opposition qu'elle peut s'introduire dans des formules *intégrales* par sa *dérivée* normale. Elle conduit aussi à une première équation *aux dérivées fonctionnelles*.

La fonction harmonique à déterminer admet, en général, la frontière à distribution donnée comme variété singulière. On peut d'abord chercher à construire (principe de Picard) une telle fonction dans le cas, d'apparence relativement simple, d'une seule source frontière, tout le reste de cette frontière étant maintenu au zéro. Il faut imaginer aussi des sources d'absorption. On conçoit, de plus, que l'arbitraire qui préside au choix des sources permet de discriminer les modes de variation de la fonction harmonique dans le voisinage de ces sources mêmes ; c'est de là que provient l'important « principe de la séparation des croissances ».

Le laplacien se transforme avec le ds^2 à n variables, d'où des équations solidaires de l'équation de Laplace étudiées dans le fascicule X du Mémorial (P. Humbert). Quant à la méthode absolument générale, elle tend à s'affranchir des équations intégrales, introduisant trop de restrictions propres à leur nature et non au problème, et à recourir à l'équation *aux différences finies* des *fonctions préharmoniques* ; ces fonctions sont uniquement définies aux *nœuds* d'un *réseau* par des valeurs moyennes de celles prises aux nœuds voisins. Mieux vaut renoncer à l'analyse bibliographique en abordant ces merveilles de l'Analyse mathématique. Nous n'apprendrons d'ailleurs à personne combien est grand le retentissement des travaux de M. Bouligand ; le jeune et brillant géomètre vient de faire un cours étendu à l'Université de Cracovie, cours résumé en un nouveau Mémoire *Sur le Problème de Dirichlet*, publié, en 1925, dans les « Annales de la Société polonaise de Mathématiques ». Nul doute que les lecteurs du « Mémorial » ne soient au