Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 26 (1927)

Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Buchbesprechung: P. Barbarin. — La Géométrie non-euclidienne. Troisième édition suivie de Notes sur La Géométrie non-euclidienne dans ses rapports avec la Physique mathématique par A. Buhl (Collection Scientia). — Un vol. in-8° de 176 pages, 31 figures et 7 planches hors texte. Prix: 15 francs. Gauthier-Villars et Cie, Paris, 1928.

Autor: Fehr, H.

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 01.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

ou tendance vers le retour aux moyennes; il y a des coefficients et des moments de corrélation, des fonctions caractéristiques à plusieurs variables, des schèmes de régression particulièrement simples quand ils peuvent être linéaires. Sauf dans le cas linéaire, il convient de distinguer un *rapport* et un *coefficient* de corrélation.

C'est surtout la Théorie de la Corrélation qui pose, pour l'urne, le problème d'existence. Elle nous force aussi à nous interroger sur les procédés de tirage; elle nous incite à varier ceux-ci dans certaines directions méthodiques. La variation de certains coefficients ne se fait pas toujours à l'intérieur d'une même formule; elle peut conduire à changer celle-ci et même toute une méthode. Gauss et Bravais semblent avoir perçu quelquechose de la corrélation mais c'est encore Pearson qui montre la profonde différence de leurs conceptions d'avec le point de vue actuel qui n'apparaît guère qu'avec Galton. Les formes quadratiques, la géométrie à n dimensions interviennent comme dans les schèmes universels de la plus rigoureuse Physique mathématique et il n'y a pas lieu de s'en étonner, le probable et le corrélatif faisant aussi partie de notre représentation de l'Univers.

En Statistique, l'esprit de finesse et l'esprit de géométrie, opposés l'un à l'autre par Pascal, doivent obligatoirement faire bon ménage et le bel ouvrage de M. Darmois exercera certainement l'un et l'autre.

Il est intéressant de noter que, sans qu'il y ait eu la moindre entente pour cela, *L'Enseignement Mathématique* publie, dans le présent fascicule (p. 287) un article de M. D. Mirimanoff où il s'agit de travaux de Statistique mathématique dûs à M. de Montessus de Ballore. Si nous sommes bien informés, ce dernier savant prépare aussi un ouvrage sur la question. Celle-ci, de multiples façons, est donc indéniablement à l'ordre du jour.

A. Buhl (Toulouse).

P. Barbarin. — **La Géométrie non-euclidienne.** Troisième édition suivie de Notes sur La Géométrie non-euclidienne dans ses rapports avec la Physique mathématique par A. Buhl (Collection *Scientia*). — Un vol. in-8° de 176 pages, 31 figures et 7 planches hors texte. Prix: 15 francs. Gauthier-Villars et Cie, Paris, 1928.

Cette troisième édition prouve assez l'intérêt d'un sujet que M. Barbarin a eu le grand mérite de traiter une première fois, voici presque trente ans, alors que les théories einsteiniennes n'avaient encore point vu le jour. Le rôle fut vraiment celui d'un précurseur. Et ce n'est pas rien que d'avoir écrit, à la fin du siècle dernier, soit avec le talent d'un géomètre capable de suivre Félix Klein, soit avec le pressentiment de ce que M. Elie Cartan appelle « le contre-coup formidable produit en Géométrie par la Relativité généralisée (*voir* ci-dessus, p. 200).

Il s'agit d'abord de géométrie non-euclidienne première manière, de celle dans laquelle on admet tous les postulats habituels, sauf celui de la parallèle unique. Alors trois types d'algorithmes sont admissibles, généralement caractérisés par les noms de Riemann, Euclide, Lobatchewsky. Le point de vue est aussi philosophique que possible; l'œuvre d'Euclide est, plus que jamais, admirée et mise en valeur. On cherche seulement à la mettre à sa véritable place dans un ensemble plus général de concepts et de constructions. Insistons sur ce dernier mot; toute droite construite n'est euclidienne

que par un passage à la limite qui lui donne une ténuité, une homogénéité parfaites, lesquelles faisaient dire à Euclide qu'une telle droite repose également sur tous ses éléments. C'est du pur idéalisme. Les généralisations sont encore très idéales mais leur plasticité augmente leur importance et elles s'insèrent de plus en plus dans le réel. Le présent ouvrage a ainsi élargi la place attribuée aux constructions non-euclidiennes et l'auteur a même écrit un chapitre très original, reflétant ses travaux personnels, sur la quadrature du cercle qui, dans un espace paramétrique convenable, peut recevoir diverses solutions élémentaires.

Les opinions et controverses touchant la géométrie non-euclidienne semblent aujourd'hui superflues; aussi M. Barbarin ne leur attribue-t-il qu'un rôle historique. Et l'histoire, dans ce volume, si elle ne joue pas un rôle prédominant, n'en est pas moins traitée de façon fort intéressante. Elle est appuyée par des planches photographiques fixant les traits de Nicolas Lobatchewsky, Bernhard Riemann, Adrien-Marie Legendre, Joseph-Marie De Tilly et Wolfgang Bolyai Farkas, père de Jean Bolyai, duquel n'existe aucun portrait. Une première planche donne un fac-similé des Eléments d'Euclide, une dernière représente la pseudo-sphère de Beltrami; le souci esthétique, si nettement apparent dans l'exposé géométrique, l'est tout autant dans le choix et la présentation de ces images.

Les quatre Notes ajoutées par M. A. Buhl visent à la pangéométrie. La première nous familiarise, en effet, avec la multiplication et la dérivation *extérieures ;* elle met le lecteur en possession de l'essentiel quant aux méthodes de Grassmann si bien continuées, en France, à l'heure actuelle, par M. Elie Cartan. Il n'y a guère de concepts géométriques inaccessibles pour elles.

La seconde Note est cependant assez particulière mais elle rapproche, avec un haut intérêt, l'Electromagnétisme de Maxwell et la Géométrie de Cayley. On voit que ce sont là deux disciplines absolument identiques qui s'accomodent des mêmes développements et des mêmes notations.

La troisième Note expose brièvement la Géométrie différentielle de Riemann poursuivie jusque par delà le parallélisme de M. Levi-Civita, jusqu'aux espaces de groupes de M. Cartan, jusqu'à l'Univers à cinq dimensions de Schrödinger, De Donder, Ehrenfest, De Broglie, ...

La quatrième expose la Géométrie de la Lumière rattachée au simple espace cayleyen. Le bon sens reprend ses droits même avec la contraction de Lorentz, même avec la dilatation du temps d'Einstein; ce ne sont là que des faits *perspectifs*, analogues à ceux qui, dans la perspective du dessin le plus banal, semblent modifier angles et distances.

Suivant les idées de M. Buhl, tout ceci est d'une homogénéité absolue; les géométries, les théories einsteiniennes, se construisent à partir des principes les plus simples du Calcul intégral, notamment à partir de l'identité

$$\int_C X\,dY = \iint_A dX\,dY\ ,$$

en laquelle la science de l'Espace peut trouver ses premiers concepts d'*aire* A et de *ligne* C lui servant de frontière. Et comme des notions géométriques aussi élémentaires sont bien forcément celles d'où part aussi M. Barbarin dans la première partie de l'ouvrage, il s'ensuit que celui-ci est, dans son ensemble, parfaitement coordonné et cohérent. Il n'oppose pas des théories nouvelles à des théories millénaires sous une forme quelque peu agressive:

il montre, au contraire, le merveilleux caractère esthétique de *toute* la Science pour qui veut la voir d'un point de vue suffisamment élevé.

Notons l'hommage rendu à Charles Cailler, notre regretté collègue de Genève; il prouve à nouveau que la publication de l'*Introduction géométrique à la Mécanique* n'a pas été une œuvre vaine.

H. FEHR.

Edm. LANDAU. — **Vorlesungen über Zahlentheorie.** 3 vol. in-8° à 20 M. le volume. Erster Band: *Aus der elementaren und additiven Zahlentheorie*, 360 p. Zweiter Band: *Aus der analytischen u. geometrischen Zahlentheorie*, 308 p. Dritter Band: *Aus der algebraischen Zahlentheorie und über die Fermatsche Vermutung*, 341 p. — Les trois volumes reliés en un seul, 66 M.; Verlag S. Hirzel, Leipzig, 1927.

Cet admirable ouvrage est, à quelques modifications près, la reproduction d'un cours sur la théorie des nombres que M. Landau a donné à l'Université de Göttingue pendant les années 1921-1924.

Ecrit avec cet entrain et ce souci de la rigueur et de la précision extrêmes qui distinguent toutes les publications de M. Landau, il fera la joie des arithméticiens et contribuera à répandre parmi les jeunes le goût, devenu rare, des recherches arithmétiques. Car rien n'est passionnant comme cette course à travers un pays particulièrement beau avec un guide averti, qui, dans les parties les plus inaccessibles, a aidé à planter les premiers jalons et à tracer les premières voies.

On ne trouvera pas dans ce remarquable ouvrage un traité complet sur la théorie des nombres. Bien des théories et des questions isolées ont été laissées de côté. Mais les grands problèmes qui depuis Fermat ont fait le désespoir de tant d'arithméticiens, les théories nouvellement créées, à l'élaboration desquelles M. Landau a pris une part active lui-même, sont traités avec ampleur, et le lecteur est introduit dans les parties les plus belles de l'arithmétique moderne, à peine abordables il y a quelques années encore.

Il n'était certes pas facile d'exposer des recherches parfois très laborieuses des mathématiciens contemporains. Mais M. Landau réussit à les mettre à la portée des étudiants en fractionnant, suivant son habitude, les difficultés d'un raisonnement un peu long par une sorte de décomposition en éléments simples, que la pensée parcourt sans trop de fatigue.

Le premier volume débute par un exposé magistral des éléments de la théorie des nombres: théorie des congruences, résidus quadratiques, loi de réciprocité, équation de Pell. Le lecteur est initié aux belles méthodes arithmétiques créées par les géomètres du 18me siècle et du commencement du 19me. On sait qu'on n'a pas réussi à en tirer le fruit qu'on avait le droit d'espérer et que c'est surtout grâce à l'introduction des méthodes analytiques que depuis Dirichlet les progrès de l'arithmétique ont été si rapides.

Pour initier le lecteur à ces méthodes, M. Landau expose, en la simplifiant dans la mesure du possible, la belle démonstration du théorème sur la progression arithmétique que nous devons à Dirichlet, ainsi qu'un théorème très curieux de Brun sur les nombres premiers jumeaux, tels que 3 et 5, 5 et 7, 11 et 13, etc.

Et ce n'est qu'après une étude approfondie du problème classique de la représentation d'un nombre entier par une somme de deux, trois et quatre