Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 26 (1927)

Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Buchbesprechung: Paul Montel. — Leçons sur les Familles Normales de Fonctions analytiques et leurs applications. Recueillies et rédigées par J. Barbotte. (Collection de monographies sur la Théorie des fonctions.) —1 vol. in-8° de iv-306 p. ; 50 fr. ; Gauthier-Villars et Cie, Paris, 1927.

Autor: Wavre, Rolin

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 02.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

K. Knopp. — **Theorie und Anwendung der unendlichen Reihen.** — 1 vol. in-8° de 520 p. avec 12 fig.; 2me éd., 1924; J. Springer, Berlin.

Ce livre est surtout destiné à l'étudiant possédant les bases du calcul différentiel et intégral et de la théorie des fonctions à variable complexe, c'est-à-dire sachant déjà manier sous leur forme plus développée les notions mathématiques de nombre et de limite, mais n'ayant pas encore entrepris d'une façon détaillée et rigoureuse l'étude des principes fondamentaux qui régissent ces notions. M. Knopp leur consacre une discussion approfondie. Tout en plaçant la théorie de la convergence des séries sur une base solide, son exposé permet en même temps au lecteur d'adapter sa pensée étroitement à celle de l'auteur dans les questions les plus fondamentales et les plus constamment en usage. Pour ce qui concerne les matières supposées connues, l'auteur a soin (du moins lorsqu'il s'agit des généralités du domaine réel) de les délimiter d'une façon précise (l'esquisse correspondante relative aux nombres complexes est un peu moins précise à ce point de vue); là encore, l'étudiant pourra donc modifier convenablement son attitude vis-à-vis des faits connus et de la nomenclature adoptée.

La théorie des séries proprement dite est présentée en deux étapes distinctes. Dans la seconde l'auteur reprend les questions traitées dans la première partie par les moyens les plus simples, puis il considère celles qui ont dû être laissées de côté tout d'abord, en utilisant pour cela des méthodes de plus en plus développées. D'une façon générale, la première partie esquisse la théorie classique, la seconde est destinée à donner une image de son développement subséquent au cours du XIXe siècle. En fait, le dernier chapitre (complètement remanié et augmenté depuis la première édition de 1921) conduit jusqu'aux frontières du savoir mathématique moderne dans la théorie des séries divergentes et des procédés de sommations.

Le livre contient, outre une foule d'exemples illustrant le texte même, plus de 200 exercices sur les matières traitées.

R.-C. Young (Cambridge).

Paul Montel. — **Leçons sur les Familles Normales de Fonctions analytiques et leurs applications.** Recueillies et rédigées par J. Barbotte. (Collection de monographies sur la Théorie des fonctions.) — 1 vol. in-8° de IV-306 p.; 50 fr.; Gauthier-Villars et Cie, Paris, 1927.

Etendant au domaine complexe la notion de suite de fonctions également continues et bornées, M. Montel dans sa thèse avait entrepris l'étude des familles de fonctions holomorphes et bornées. Cet auteur avait montré l'utilité et les multiples applications de cette étude dans deux beaux mémoires des Annales de l'Ecole Normale. La méthode de M. Montel paraissait déjà pouvoir s'appliquer avec succès à différents problèmes de la théorie des fonctions analytiques, mais sa fécondité fut plus grande encore qu'on ne pouvait l'espérer. En effet, dans le plan de la variable complexe, le point à l'infini qu'une fonction ne saurait atteindre à l'intérieur d'un domaine où elle est holomorphe peut être ramené à distance finie par une substitution homographique, une inversion par exemple.

On en vint donc à considérer les suites de fonctions qui ne prennent aucune valeur dont l'affixe est dans un cercle de rayon fixe. Puis en faisant jouer à l'inverse de la fonction modulaire, holomorphe dans tout le plan

excepté en les trois points 0, 1 et ∞, le rôle de la substitution homographique de tout à l'heure, M. Montel s'aperçut qu'une suite de fonctions qui ne prennent jamais les valeurs 0, 1 et ∞ est absolument équivalente à la suite précédente. Une famille de fonctions qui admettent trois mêmes valeurs exceptionnelles a, b, c est normale, c'est-à-dire qu'elle jouit de cette propriété caractéristique que de toute suite extraite de la famille on peut extraire une suite qui converge uniformément vers une fonction holomorphe ou vers la constante infinie.

Qu'on ne croie pas que les familles normales soient une fin en soi, c'est une majestueuse théorie extrêmement féconde en applications. L'étude d'une seule fonction, par exemple, d'une fonction entière peut être entreprise avec succès de ce point de vue, car il suffit de faire la représentation sur un même domaine fondamental d'une suite de domaines épuisant le plan, pour que l'étude de la fonction entière dans tout le plan revienne à l'étude d'une suite de fonctions définies sur le domaine fondamental. Suivant la nature de la question qu'on se pose, notamment lorsqu'il s'agit de savoir si une fonction peut admettre une, deux, ou trois valeurs exceptionnelles, cette méthode est très puissante. M. Julia en a tiré un ample profit pour compléter et étendre le théorème de Picard ; et l'intervention de la fonction modulaire qui paraissait être un artifice génial dans la démonstration de M. Picard apparaît aujourd'hui comme intimement liée à toute question concernant les valeurs exceptionnelles. Il est vrai que la fonction modulaire pourrait être remplacée par une fonction jouissant d'une propriété analogue. Le théorème de Picard apparait en fin de compte non comme une proposition isolée, mais comme une des plus belles applications de la théorie des familles normales. Cette théorie permet aussi de maîtriser les importantes questions de la représentation conforme. Qu'on songe à ce théorème de M. Carathéodory : Tout domaine plan est représentable sur un cercle.

Par l'introduction de la notion de famille normale en un point, M. Julia a pu traiter dans son ensemble le problème de l'itération des fonctions rationnelles et l'on ne voit pas comment on y serait arrivé autrement.

Eclairées à la lumière des familles normales, les fonctions méromorphes apparaissent comme régulières, la singularité polaire exprime simplement que la valeur infinie n'est plus exceptée, et si trois autres valeurs le sont, une famille de fonctions méromorphes est normale comme une famille de fonctions holomorphes.

Le livre se termine par un chapitre sur les familles normales de fonctions de plusieurs variables et un chapitre tout à fait inédit sur les familles dites complexes.

Cette puissante synthèse permet de rapprocher entre eux des théorèmes fort élégants de la théorie des fonctions et d'en obtenir de nouveaux, je pense en ce moment au théorème de Schottky, de Landau, d'Ostrowsky, de Blaschke, de Jentzsch.

J'ai beaucoup admiré dans ce livre l'usage habile des textes en italiques qui expriment toujours l'essentiel d'un paragraphe.

En résumé, il n'est pas exagéré de dire que la notion de famille normale est une des plus belles acquisitions mathématiques de notre siècle. On la doit à M. Montel, et l'on doit à sa collaboration avec M. Barbotte la clarté et l'ordre parfait de ce beau livre.

Rolin Wavre (Genève).