2. — Distances du centre du cercle circonscrit au triangle donné aux côtés de ce triangle.

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **26 (1927)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **24.05.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

Cette formule exprime la surface d'un triangle en fonction du rayon du cercle inscrit, du diamètre du cercle circonscrit et du rayon du cercle inscrit dans le triangle des pieds des hauteurs.

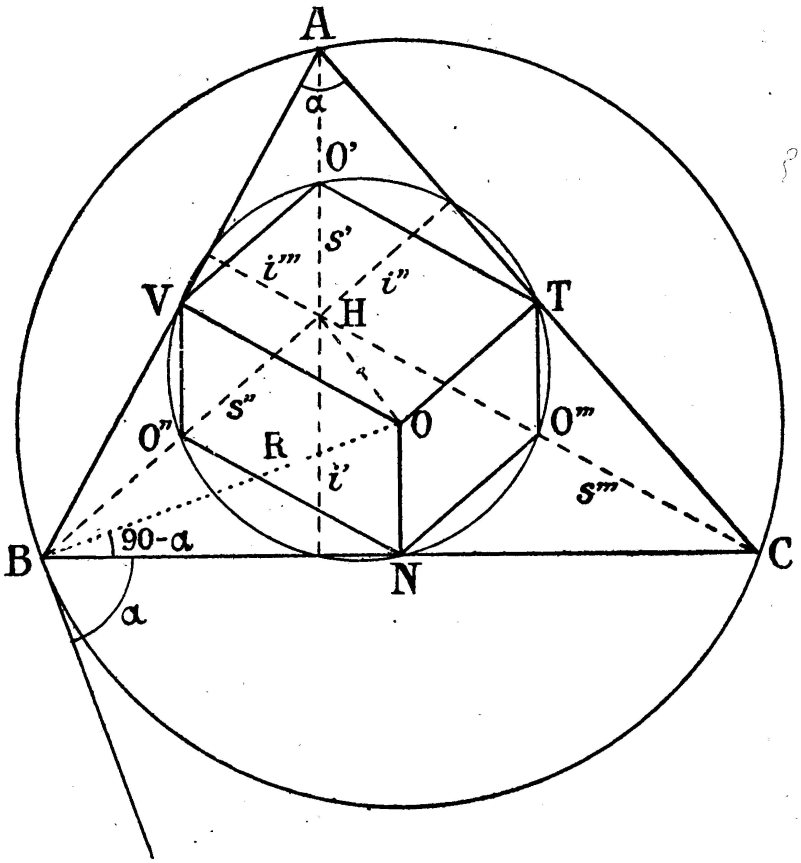

Fig. 5.

2. — Distances du centre du cercle circonscrit au triangle donné aux côtés de ce triangle.

La figure (5) donne

$$ON = R \cos \alpha = \frac{s'}{2},$$

$$OT = R \cos \beta = \frac{s''}{2},$$

$$OV = R \cos \gamma = \frac{s'''}{2};$$

$$ON + OT + OV = \frac{1}{2}(s' + s'' + s''').$$

Or

$$s' + s'' + s''' = 2(r + R).^{1} \qquad (30)$$

1 *Op. cité*, p. 42 (formule 11).

Donc

$$\underline{\mathrm{ON} + \mathrm{OT} + \mathrm{OV} = r + \mathrm{R}} \ , \qquad (31)$$

c'est-à-dire

THÉORÈME. — *La somme des distances du centre du cercle circonscrit à un triangle aux côtés du triangle est égale à la somme des rayons des cercles inscrit et circonscrit.*

Conséquence. — Il en résulte que le périmètre de l'hexagone O′ VO″ NO‴ T est égal à $2\,(r + \mathrm{R})$.

3. — Triangles aux sommets.

A. CERCLES INSCRITS. — Les triangles aux sommets $\mathrm{AB_1\,C_1}$, $\mathrm{BC_1\,A_1}$, $\mathrm{CA_1\,B_1}$ étant semblables au triangle ABC donné, nous avons (fig. 1):

$$\Delta\ \mathrm{AB_1\,C_1}\ \ldots \qquad \frac{r'}{r} = \frac{a_1}{a} = \cos\alpha \ ,$$

d'où

$$\Delta\ \mathrm{AB_1\,C_1}\ \ldots \qquad r' = r\cos\alpha \ ,$$
$$\Delta\ \mathrm{BC_1\,A_1}\ \ldots \qquad r'' = r\cos\beta \ ,$$
$$\Delta\ \mathrm{CA_1\,B_1}\ \ldots \qquad r''' = r\cos\gamma \ ,$$

c'est-à-dire

Le rayon du cercle inscrit dans l'un quelconque des triangles aux sommets est égal au rayon du cercle inscrit dans le triangle donné multiplié par le cosinus de l'angle commun.

Par suite

$$r' + r'' + r''' = r(\cos\alpha + \cos\beta + \cos\gamma) \ .$$

Or

$$\cos\alpha + \cos\beta + \cos\gamma = \frac{r + \mathrm{R}}{\mathrm{R}} \ . \qquad (32)$$

Donc

$$\underline{r' + r'' + r''' = r + \frac{r^2}{\mathrm{R}} \ .} \qquad (33)$$

En outre

$$r'\,r''\,r''' = r^3(\cos\alpha\cos\beta\cos\gamma) \ .$$

Mais (16)

$$\cos\alpha\cos\beta\cos\gamma = \frac{r_1}{2\mathrm{R}} \ .$$