# Henri Lebesgue. — Leçons sur l'Intégration et la Recherche des Fonctions primitives professées au Collège de France. Deuxième édition. (Collection de Monographies sur la Théorie des Fonctions publiée sous la direction de M. Emile Borel.) — Un volume gr....

Autor(en): **Buhl, A.**

Objekttyp: **BookReview**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **27 (1928)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **24.05.2024**

**Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

**Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

**http://www.e-periodica.ch**

bien naturel que les considérations à la Fredholm aient été rapprochées, par M. Picard, de toutes les précédentes.

N'oublions point de féliciter M. Eugène Blanc, qui nous a peint la pensée du Maître non seulement avec fidélité mais avec un soin qui lui fait le plus grand honneur.

A. Buhl (Toulouse).

Henri Lebesgue. — **Leçons sur l'Intégration et la Recherche des Fonctions primitives** professées au Collège de France. Deuxième édition. (Collection de Monographies sur la Théorie des Fonctions publiée sous la direction de M. Emile Borel.) — Un volume gr. in-8° de xvi-342 pages. Prix: 60 francs. Gauthier-Villars et Cie. Paris. 1928.

La première édition de ces Leçons date de 1904. J'ai eu l'honneur de l'analyser brièvement, ici-même, en 1906 (t. VIII, p. 84). Depuis le chemin parcouru a dépassé tout ce que l'on pouvait prévoir. M. Lebesgue fut d'abord un de ces novateurs que des maîtres de la Science regardèrent avec défiance mais qui se révéla avoir vu juste. Il disséqua les Mathématiques et particulièrement la notion de continuité cependant que la Physique disséquait l'atome; si l'on ne peut pas encore dire, à l'heure actuelle, que les deux œuvres s'adaptent l'une à l'autre, du moins faut-il reconnaître qu'elles ont relevé d'une même nécessité, celle de voir au-delà des insuffisantes intuitions. Et le point de vue physique, que les mathématiciens consentent de moins en moins à abandonner — ce qui, chose étrange, leur vaut souvent les sarcasmes des physiciens ou, plus exactement, de certains physiciens — le point de vue physique, dis-je, est de ceux que M. Lebesgue veut avoir constamment à l'esprit même dans les généralisations qui, au premier abord, semblent des plus abstraites. L'intégration, nous dit-il, est toujours une opération analogue à celle qu'il faut faire pour calculer la quantité de chaleur nécessaire pour élever, de 1°, la température d'un corps. Il semble qu'aussi les idées acquises avec la naissance du Calcul différentiel absolu aient une réplique des plus naturelles dans le domaine du Calcul intégral, réplique pouvant livrer immédiatement de vastes généralités concernant la définition de l'intégration. En Calcul différentiel absolu, toute expression monome à deux indices, $u_i\, v_i$, implique une sommation en $i$; dès lors, que $v_i$ devienne un $dx_i$ et les sommations limites en $u_i\, dx_i$ s'imposeront sans autre idée préalable. Il restera seulement à reconnaître les cas où ces sommations limites auront un sens. L'immense intérêt de cette manière de raisonner provient de ce que ces cas sont prodigieusement étendus par rapport aux cas primitifs, souvent plus complexes et beaucoup moins bien définis encore, où l'on croyait voir l'intégrale sous une physionomie géométrique simple mais peut-être trop intuitive pour être bien logique.

Et cependant ceci ne doit pas tourner à l'élimination du point de vue géométrique; il faut, avec les ensembles et la théorie de la mesure, rechercher si l'on ne pourrait pas retrouver la maniabilité indéniable de l'intégrale géométrique. Beaucoup de résultats très généraux peuvent être obtenus dans cette voie mais, d'autre part, la théorie de la mesure des ensembles ne va pas sans ces difficultés paradoxales auxquelles s'attache le nom de Zermelo et qui reviennent à se demander s'il y a existence — et même existence pouvant figurer dans certains raisonnements — pour ce qui ne peut être ni bien défini ni même nommé. Ici les Mathématiques nous

conduisent aux confins extrêmes de la Théorie de la Connaissance et en font sentir l'infirmité tout autrement que par des considérations philosophiques d'humilité.

A mon avis, cependant très humble, voilà un point qui, en mettant les choses au mieux, peut être la source d'améliorations continuelles mais sans qu'on puisse jamais y découvrir une base définitive pour la construction logique. Quelles envolées derrière la petite notion d'intégrale que les candidats au baccalauréat commencent à connaître et comme elles suffisent à diriger la curiosité vers l'œuvre d'un Lebesgue alors qu'il est évidemment de toute impossibilité de peindre vraiment celle-ci en un minuscule article bibliographique.

M. Denjoy, esprit pénétrant extrêmement habile à jongler avec les paradoxes, quant à l'intégration des fonctions sommables et la recherche des primitives a réussi à dégager des généralités étendues grâce à la notion du « presque partout » qui revient à la considération d'ensembles de mesure nulle. Mais le collaborateur le plus intime, le plus profond de M. Lebesgue est, sans contredit, M. René Baire qui, professeur de spéciales, remarquait déjà la façon désinvolte dont l'enseignement utilisait les notions de continuité. Lui ayant une fois parlé de M. Lebesgue, il me répondit: « C'est mon frère spirituel ! »

Maintenant il est heureusement hors de doute que la Science n'oubliera point cette fraternité. On peut partir des classes fonctionnelles de M. Baire pour aboutir à la « totalisation » de M. Denjoy qui semble bien être, pour les primitives, le procédé de construction le plus général. Il reste toutefois l'intégrale de Stieltjes qui relève d'une idée dont on est tenté de dire qu'elle s'oppose ou peut s'opposer symétriquement à toutes les précédentes avec les mêmes degrés de généralité. Reprenons les $u_i\, dx_i$. Jusqu'ici, ce sont les $u_i$ qui ont surtout été variés. Stieltjes s'est acharné sur les $dx_i$, leur prêtant de très diverses constitutions fonctionnelles. Pour certaines de ces constitutions, de nouveaux paradoxes naissent en foule, venant parfois jusqu'à menacer la notion d'intégrale de fonction continue ! Faut-il en dire davantage pour signaler le caractère général de cette analyse ? Que d'horizons nouveaux elle ouvre sur tout ce qui touche à la constitution de la notion de grandeur ! Et il y a encore le transfini qui ne peut être pratiquement atteint tout en nous imposant cependant ses lois d'ordination. Depuis Cantor, les Lebesgue, les Baire, les Denjoy, les Young (M. et Mme W.-H.) et quelques autres soigneusement cités dans cette seconde et magnifique édition, ont apporté à l'Analyse un esprit de profondeur qui donne parfois le vertige.

A. Buhl (Toulouse).

Maurice Fréchet. — **Les Espaces abstraits et leur théorie considérée comme Introduction à l'Analyse générale.** (Collection de Monographies sur la Théorie des Fonctions publiée sous la direction de M. Emile Borel.) — Un volume gr. in-8° de xii-296 pages. Prix: 50 francs. Gauthier-Villars et Cie. Paris. 1928.

« Le continu fonctionnel n'offre à notre esprit aucune image simple. « L'intuition géométrique ne nous apprend rien, *a priori*, sur son compte. « Nous sommes forcés de remédier à cette ignorance et nous ne pouvons le « faire qu'analytiquement, en créant à l'usage du continu fonctionnel un « chapitre de la Théorie des ensembles. » Ces lignes, dues à M. Jacques