Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 27 (1928)
Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: RÉFLEXIONS SUR L'ENSEIGNEMENT DU CALCUL INFINITÉSIMAL
Autor: Dareste, E.
Kapitel: Conséquences de l'adoption de l'expression « quantité infiniment petite »
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-21873

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 12.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Bien qu'il ne le dise pas, et qu'il attribue l'existence d'idées vagues à une étude trop sommaire, on peut supposer qu'il pensait comme nous; c'est-à-dire que ces idées vagues étaient, au moins en grande partie, la conséquence d'expressions mal choisies.

Il eut été préférable que, abandonnant ces expressions, il adoptat celles dont se servit Pascal, un jour que l'illustre savant se trouvait dans le cas d'avoir à parler des mêmes choses et, que l'expression de « quantités infiniment petites » n'avait pas encore été inventée. Carnot connaissait si bien, d'ailleurs, les expressions Pascaliennes que lui-même les signale aux lecteurs, à propos de son exposé de la géométrie des indivisibles qui, imaginée par Cavalerius eut une grande vogue avant l'apparition du Calcul infinitésimal, et permit à Pascal de faire quelques-unes de ses découvertes. Carnot, citant donc un écrit de Pascal, le fait suivre d'un commentaire dont nous extrayons ce qui suit:

« Ce passage est remarquable non seulement en ce qu'il prouve « que les géomètres savaient très bien apprécier le mérite de la « méthode des indivisibles; mais en ce qu'il prouve que la *notion* « *de l'infini mathématique, dans le sens même qu'on lui attribue* « *aujourd'hui*, n'était point étrangère à ces géomètres; car il « est clair, par ce qu'on vient de citer de Pascal, qu'il attachait « au mot *indéfini*, la même signification que nous attachons au « mot « *infini* », qu'il appelait simplement « *petit* » ce que nous « appelons « *infiniment petit* », et qu'il négligeait sans scrupule « ces petites quantités vis-à-vis des quantités finies, etc... »

Nous ne laisserons pas échapper, en passant, l'occasion que Carnot nous donne et dont il n'a pas voulu profiter lui-même, de regretter que les expressions employées par Pascal n'aient pas été conservées; elles étaient préférables dans leur simplicité, à celles qui, inventées depuis et adoptées par tous les savants, sont encore en usage aujourd'hui.

Conséquences de l'adoption de l'expression « quantité infiniment petite »

1° *L'expression « quantité infiniment grande » est prise dans le sens dérivé.*

L'adoption regrettable de l'expression « quantité infiniment

petite » qui entraîne l'application au mot « infiniment » du sens dérivé, a pour conséquence immédiate que le même sens dérivé doit être également attribué à l'expression « quantité infiniment grande ». La définition de l'« Infiniment grand » qui se déduit, comme on sait, de la notion de l'« infiniment petit » est la suivante:

L'unité divisée par une quantité « infiniment petite » est ce qu'on nomme une « quantité infiniment grande ».

On se rend compte qu'une fraction ayant pour numérateur l'unité et pour dénominateur une quantité très petite, mais finie, est elle-même une quantité finie, pouvant être exprimée en chiffres. C'est donc une quantité très grande, excessivement grande si l'on veut, et si on l'appelle « quantité infiniment grande », c'est que là encore, l'infini est pris dans son acception dérivée.

2° *Dans le Calcul Intégral c'est, suivant les cas, l'un ou l'autre des deux sens qui est applicable.*

Nous avons encore à noter une autre conséquence qui ne s'applique qu'à la deuxième partie de l'analyse infinitésimale, c'est-à-dire au Calcul intégral dont les opérations consistent à faire la somme d'une infinité d'infiniments petits; que ceux-ci soient des longueurs des surfaces ou des volumes.

L'idée, très ancienne, et dans laquelle on doit voir l'origine du Calcul intégral, d'étudier les propriétés d'une courbe en la remplaçant par un polygone inscrit ou circonscrit, dont le nombre des côtés peut être aussi grand que l'on veut, se rencontre fréquemment dans les traités de mathématiques, où elle est formulée comme suit, ou de manière analogue.

« En regardant une courbe comme un polygone d'un nombre « infini de côtés chacun infiniment petit... »

Partant des conventions sur les infiniments petits ce membre de phrase est absolument correct, mais cela n'empêche que si l'on considère un infiniment petit lorsqu'il a atteint sa limite zéro, ce que beaucoup de mathématiciens considèrent comme légitime (voir la deuxième partie de cet opuscule), le même membre de phrase libellé comme suit, serait tout aussi correct.

« En regardant une courbe comme un polygone d'un nombre « infini de côtés chacun égal à zéro... ».

Seulement dans ce cas spécial il est clair que le mot « infini » serait pris dans son sens étymologique ou primitif.

Ainsi, suivant que l'« infiniment petit » est considéré pendant la période où il passe par la série de ses valeurs décroissantes, ou bien au moment où il atteint la valeur zéro, le mot « infini » est pris dans son sens dérivé ou dans son sens étymologique.

Voilà donc encore une complication et, une raison de plus pour remplacer l'expression « infiniment petit » par une autre plus juste.

En recourant, par exemple, aux expressions de Pascal, le libellé deviendrait le suivant.

« En regardant une courbe comme un polygone d'un nombre « très grand de côtés très petits... »

Ou bien en adoptant la proposition de l'Abbé Moreux, il se présenterait comme suit:

« En regardant une courbe comme un polygone d'un nombre « infini de côtés indéfiniment petits... »

Ou d'autres façons encore, pourvu que le mot « infini » y soit remplacé par un autre choisi d'un commun accord entre savants.

II.

Dans les années qui suivirent la publication des travaux de Leibniz relatifs à l'Analyse infinitésimale, le nouveau calcul suscita de nombreuses controverses parmi les mathématiciens, qui se partagèrent en deux camps.

Il s'agissait de déterminer la véritable nature des infiniment petits. Suivant les uns ces quantités, tout en pouvant devenir aussi petites qu'on le veut, devaient toujours être différentes de zéro; suivant les autres, au contraire, elles devaient être toujours égales à zéro.

Nous ne pouvons mieux faire que de citer Euler, qui dans la préface et le chapitre 3 de son ouvrage *Institutiones Calculis Differentialis*, 1755, expose avec une grande clarté les deux points de vue.

Premier point de vue:

« La plupart de ceux qui enseignent les lois du Calcul intégral