Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 27 (1928)
Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: ROTATIONNEL ET FORMULE DE STOKES
Autor: Bouligand, Georges / Roussel, Andrè
Kapitel: 1. — Rappel de quelques notions préliminaires
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-21866

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 02.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

JACOBIEN, DIVERGENCE, FORMULE DE GREEN

PAR

M. Georges BOULIGAND (Poitiers).

ROTATIONNEL ET FORMULE DE STOKES

PAR

M. André ROUSSEL.

Le but de cet article est d'exposer comment on peut généraliser la définition de certains opérateurs du Calcul vectoriel, de manière à conserver un sens aux identités fondamentales relatives au changement de variables dans les intégrales multiples, au théorème flux divergence, etc., dans plusieurs cas étendus où elles cesseraient d'en avoir un sous leur forme classique, et cela parce que des hypothèses de dérivabilité ne seraient plus satisfaites. Nous nous placerons, pour simplifier le langage dans le cas de l'espace à trois dimensions.

1. — *Rappel de quelques notions préliminaires* [1].

Soit un champ vectoriel obtenu en faisant correspondre à chaque point M de l'espace le vecteur $\vec{V}(M)$. Indiquons rapidement comment on définit la *divergence* de ce champ.

Le vecteur $\vec{V}$ (M) peut être considéré comme la vitesse d'une particule d'un milieu continu qui se trouve en M à un instant déterminé t; on peut alors lui faire correspondre biunivoquement la transformation infinitésimale permettant de déduire de la configuration du milieu au temps t sa configuration au temps $t + dt$. Il est donc indiqué de faire dériver la théorie des champs vectoriels de celle des transformations. Pour cela, nous passerons

---

[1] Voir les « *Leçons de Géométrie vectorielle* » de G. Bouligand (Vuibert), troisième partie, paragraphes 154 à 174.

Les nos 1 à 8 de ce mémoire formaient l'introduction d'un cours sur les fonctions harmoniques, professé à l'Université de Cracovie pendant le 1er trimestre de l'année scolaire 1925-26. Les nos 9, 10, 11, 12 sont entièrement dus à M. André Roussel. (G. B.)

par l'intermédiaire des transformations finies et nous introduirons le *Jacobien* comme limite du rapport de deux volumes correspondants, lorsque le diamètre de l'un tend vers zéro. La *divergence* sera la notion limite du jacobien, obtenue en passant du cas des transformations finies à celui des transformations infinitésimales. C'est ce que nous allons préciser.

2. — *Propriétés locales d'une transformation finie.*

Soit une transformation finie:

$$P = \mathcal{T}(M) \tag{1}$$

qui à chaque point M d'un premier espace $\mathcal{E}_M$ fait correspondre *continument* un point P d'un second espace $\mathcal{E}_P$ [1]. Le mode de symbolisme (1) convient bien pour l'étude des propriétés de la transformation indépendantes des dimensions et correspond très exactement à la notation habituelle

$$y = f(x)$$

désignant une fonction d'une variable, par laquelle on établit une correspondance liant à certains points de xx' certains points de yy' (cas d'une dimension).

Reprenons la transformation continue définie par (1). Soit M_0 un point particulier de $\mathcal{E}_M$ et soit P_0 son transformé. La transformation étant continue, si M est voisin deM_0, P sera voisin de P_0. Une hypothèse naturelle et fréquente consiste à supposer l'existence d'une transformation linéaire tangente en chaque point M_0 de la région considérée dans $\mathcal{E}_M$. L'introduction d'axes de coordonnées nous amènerait à remplacer l'équation (1) par trois équations scalaires:

$$X = f(x, y, z) \; ; \qquad Y = g(x, y, z) \; , \qquad Z = h(x, y, z) \; . \tag{2}$$

La transformation linéaire tangente est celle qui au point M_0 fait correspondre P_0 et qui au vecteur $\overrightarrow{dM}(dx, dy, dz)$ fait correspondre le vecteur $\overrightarrow{dP}(dX, dY, dZ)$, d'origine P_0 et dont les composantes dX, dY, dZ sont les différentielles totales des fonc-

[1] L'espace $\mathcal{E}_P$ n'est pas nécessairement distinct de l'espace $\mathcal{E}_M$.