Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 28 (1929)

Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Buchbesprechung: Oliver Dimon Kellogg.— Foundations of Potential Theory (Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften in Einzeldarstellungen, Band XXXI). — Un volume gr. in-8° de x-384 pages. Prix: Broché, Rm. 19,60; relié, Rm. 21,40. J. Springer, Berlin, 1929.

Autor: Buhl, A.

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 04.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Le Chapitre VII traite spécialement des équations du mouvement; ce passage à la Dynamique n'est pas difficile, après une préparation telle celle effectuée aux Chapitres IV et V. Il peut être obtenu aussi bien pour les fluides visqueux que pour les fluides parfaits.

L'hydrostatique est l'objet du Chapitre VIII. L'atmosphère terrestre et l'équilibre des sphères gazeuses puis les figures d'équilibre d'une masse fluide en rotation en sont les premiers objets non élémentaires. L'auteur montre ensuite comment l'hydrostatique peut se fonder sur le Principe des déplacements virtuels.

Le Chapitre IX est encore éminemment synthétique de par l'emploi fondamental du Principe d'Hamilton. Non seulement ce Principe redonne aisément les équations du mouvement mais les transformations d'intégrales qu'il comporte mettent en évidence les discontinuités qui doivent fatalement se produire au sein des fluides pour que ces équations soient vérifiables.

Le Chapitre X est consacré à la transformation des équations de l'hydrodynamique; dans ces transformations ce sont les tourbillons qui se mettent en évidence. Les considérations théoriques sont dues à Helmholtz et à Cauchy mais elles admettent des simplifications préliminaires qui n'ont été aperçues que beaucoup plus tard et appartiennent à Friedmann.

Le Chapitre XI et dernier traite des théorèmes d'existence. Ce qui précède est élégant au possible mais est bien loin de correspondre à une méthode générale d'intégration. Il est naturel de chercher à prouver que les intégrales existent même quand on ne peut les expliciter; c'est un problème général d'Analyse auquel les équations intégrales ont apporté un grand secours. Mais tous les paradoxes ne sont pas éliminés. Le plus célèbre est celui de D'Alembert sur le mouvement sans dépense d'énergie d'un solide immergé. Les ondes et les tourbillons n'arrangent pas tout. Toutefois M. Lichtenstein a certainement mis partout une grande ingéniosité et une esthétique parfaite. Nous savons déjà qu'il n'oublie pas les auteurs français: Appell, Hadamard. M. Henri Villat est également mis à contribution quant à ses belles recherches sur la résistance des fluides. Depuis la publication du tome III de M. P. Appell, déjà cité, nous n'avons peut-être pas eu, sur la Mécanique des fluides, d'ouvrage aussi attachant que celui de M. Lichtenstein.

A. Buhl (Toulouse).

Oliver Dimon Kellogg. — **Foundations of Potential Theory** (Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften in Einzeldarstellungen, Band XXXI). — Un volume gr. in-8° de x-384 pages. Prix: Broché, Rm. 19,60; relié, Rm. 21,40. J. Springer, Berlin, 1929.

Les progrès de la Gravifique n'ont retiré aucun attrait à la loi de Newton et à ses conséquences. On s'y laisse ramener avec plaisir par des exposés tels que celui de M. Kellogg et l'on se sent même alors toute l'agilité du coureur libéré des semelles de plomb avec lesquelles il avait cru bon de s'entraîner.

L'exposé commence de la manière, à la fois la plus élémentaire et la plus habile, par des attractions concernant des points, des lignes, des surfaces, avant d'arriver au cas général de l'attraction de corps à corps qui conduit à la considération d'intégrales sextuples. De même, avant de passer aux potentiels généraux, nous trouvons, par exemple, celui d'une circonférence

homogène qui nous conduit à l'élégante conception de la moyenne arithmético-géométrique.

Les actions superficielles, celles notamment des doubles couches ou feuillets magnétiques portent incidemment à réfléchir au caractère singulier des surfaces unilatères.

On ne pourrait guère aller plus loin sans les formules de Green et de Stokes lesquelles, quelle que soit la manière de les présenter, doivent obligatoirement jouer un rôle fondamental. Je m'étonne toujours qu'on ne donne pas à ces formules leur véritable physionomie d'identités; ce ne sont que des transformations et des combinaisons linéaires de

$$\int_C X\,dY = \int\int_A dX\,dY\,, \qquad \int\int_S X\,dY\,dZ = \int\int\int_V dX\,dY\,dZ\,, \ldots$$

Ces identités donnent d'ailleurs tout aussi bien, dans l'espace temps, des formules stokiennes plus générales, telle celle qui contient les équations de Maxwell. Ainsi la possibilité de construire une Physique théorique, à partir des Principes du Calcul intégral, devient chose évidente.

Le théorème de la moyenne de Gauss donne deux énoncés très élégants sur l'évaluation, à la surface d'une sphère, du potentiel de masses complètement extérieures ou intérieures (p. 83). Toutes ces évaluations d'intégrales multiples, en domaines des plus variés, ne vont point sans théorèmes d'existence ni sans appels à la notion capitale d'uniformité. Le théorème de Heine-Borel semble jouer ici un rôle fondamental quant à l'exposition des propriétés des fonctions uniformément continues.

Nous arrivons à l'équation de Laplace et à une première recherche de solutions en coordonnées polaires qui livre les polynomes de Legendre. Il est aisé de passer de là aux fonctions sphériques.

Un chapitre entier, le sixième, est consacré aux propriétés du potentiel en des points occupés par des masses. C'est d'abord l'équation de Poisson et une suite de discussions serrées sur les discontinuités du potentiel ou de l'attraction quand le point potentié fait partie du domaine potentiant. Plus loin, avec le secours de l'image électrostatique, et en utilisant la propriété laplacienne du potentiel, nous arrivons aux si élégants problèmes qui concernent l'ellipsoïde; ils exigent l'emploi des coordonnées elliptiques. Ici se placent d'intéressantes remarques sur le prolongement analytique du potentiel, prolongement qui peut être parfaitement possible, par continuité, au delà de surfaces massiques; seulement ce prolongement analytique n'est pas un prolongement physique du potentiel considéré en deçà. Suivent d'autres procédés pour trouver des solutions de l'équation de Laplace à deux variables, notamment celui à la fois élémentaire et gros de conséquences qui leur suppose la forme XY.

Avec la Théorie des fonctions harmoniques, nous rencontrons le développement de cette intéressante assertion : Une fonction harmonique quelconque est un potentiel. Le théorème de Gauss porte, de même, à rechercher inversement quelles fonctions sont leur moyenne arithmétique sphérique; sous des conditions générales de continuité, ce sont des fonctions harmoniques. Les transformations de l'équation de Laplace et notamment l'inversion de Lord Kelvin permettent d'aborder très naturellement la construction de la fonction de Green, puis les cas singuliers, étudiés notamment par M. Lebesgue, dans lesquels le Problème de Dirichlet est impossible.

Reste à étudier les séries de fonctions harmoniques et à s'assurer des cas où elles convergent bien vers des fonctions harmoniques puis à s'assurer aussi de théorèmes fondamentaux d'existence. Comme nous le disions, en analysant le précédent ouvrage de M. Lichtenstein, les équations intégrales s'imposent. Elles peuvent s'étudier ici de manière particulièrement aisée. Au point de vue historique, c'est même le Problème de Dirichlet qui a fait naître les premières équations intégrales. Mentionnons aussi l'intéressant procédé qui consiste à insérer la fonction harmonique entre une fonction *surharmonique* et une fonction *sousharmonique*. Dans un ordre d'idées voisin, on peut citer aussi le procédé des *barrières* de Poincaré.

Un dernier Chapitre est consacré au potentiel logarithmique et à ses relations immédiates avec les fonctions analytiques et la géométrie conforme.

Les si intéressants travaux de M. Georges Bouligand n'ont pas été oubliés.

Cette œuvre, d'un universitaire américain, publiée en anglais, mais en Allemagne après avoir été rédigée en Suisse française, a un caractère éclectique. Elle est simple et pleine du plus grand charme.

A. Buhl (Toulouse).

Georges Bouligand. — **Compléments et Exercices sur la Mécanique des Solides** (Cinématique. Frottement, systèmes non holonomes. Choc et percussions avec frottement, liaisons unilatérales). Publication faite avec la collaboration de M. Jean Dollon. — Un volume gr. in-8° de viii-132 pages. Prix: 18 francs. Vuibert, Paris, 1929.

Ce volume est une suite toute naturelle du *Précis de Mécanique rationnelle* (tome I) dont nous avons déjà rendu compte ici même (t. XXIV, 1924-25, p. 343) avec tous les éloges qui lui étaient dus et qui sont dus maintenant au volume complémentaire. Dans l'analyse bibliographique de 1925, nous parlions de l'idéalisme mathématique qui semblait se révéler supérieur à l'empirisme. Depuis quatre ans, l'idéalisme semble avoir gagné pas mal de terrain. Même dans les cours de Licence et d'Agrégation, les professeurs tels que M. Bouligand ne cherchent plus à pallier les faiblesses des théories; ils montrent ce que peut l'idéalisme mathématique le plus proche, persuadés que l'étude approfondie des discordances avec l'expérience est la meilleure incitation à la recherche et au progrès. N'est-ce pas, dit le sympathique auteur, une réussite trop marquée de la géométrie euclidienne à nous décrire les propriétés métriques des solides usuels qui l'a fait, pendant longtemps, regarder comme empreinte d'un caractère de vérité absolue, alors qu'elle n'est qu'une théorie physique particulière ?

Le volume débute par une brève Première Partie consacrée à la Cinématique. Les problèmes plans sont traités, selon M. G. Kœnigs, dans l'esprit du problème de l'équerre formée par la tangente et la normale à une courbe. Cela donne des combinaisons de plans mobiles, glissant tous les uns sur les autres, combinaisons avec lesquelles de simples relations d'alignement résolvent les questions fondamentales. Dans le cas du mouvement d'un solide, le roulement sans glissement est toujours un mouvement avec vitesse nulle pour une molécule de contact; des problèmes à considérations géométriques très esthétiques découlent de ce principe si simple.

La Seconde Partie, de beaucoup la plus importante, traite de la Dynamique. Les épineuses et paradoxales questions de frottement n'entraînent pas de difficultés sérieuses dans les mises en équations, ce qui prouve peut-