G. Cerf. — Transformations de contact et Problème de Pfaff (Mémorial des Sciences mathématiques dirigé par Henri Villat; fasc. XXXVII). — Un fascicule gr. in-8° de 58 pages. Prix: 15 francs. Gauthier-Villars & Cie. Paris, 1929.

Autor(en): **Buhl, A.**

Objekttyp: **BookReview**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **28 (1929)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **25.05.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

Enfin, dans le même ordre d'idées, on peut considérer et décomposer des fonctions harmoniques de variables réelles admettant un, deux ou trois groupes de périodes.

On voit l'immense intérêt de ces synthèses. Presque tout ce qui se trouve dans le présent fascicule a déjà été publié ou tout au moins indiqué de manière quelque peu didactique, par l'illustre et sympathique auteur, soit dans ses *Fonctions elliptiques* (publiées avec E. Lacour et R. Garnier), soit dans sa *Théorie des Fonctions algébriques et de leurs intégrales* (publiée avec E. Goursat) soit dans sa *Mécanique rationnelle*. Mais il est doublement précieux d'avoir maintenant, à peine en quarante pages, cette brillante synthèse du problème de la décomposition. Et tout le monde sait que M. Appell est à la retraite administrativement parlant. On pourrait souhaiter des productions de ce genre à nombre de collègues encore en activité.

A. Buhl (Toulouse).

G. Cerf. — **Transformations de contact et Problème de Pfaff** (Mémorial des Sciences mathématiques dirigé par Henri Villat; fasc. XXXVII). — Un fascicule gr. in-8° de 58 pages. Prix: 15 francs. Gauthier-Villars & Cie. Paris, 1929.

Ce fascicule illustre avec élégance les *Leçons sur le Problème de Pfaff* de M. E. Goursat, les *Leçons sur les Invariants intégraux* de M. E. Cartan et le Tome II des *Transformationsgruppen* de Sophus Lie, pour ne citer que trois ouvrages de toute première importance. Au fond, ce sont les méthodes de Pfaff et de Grassmann qui triomphent avec les multiplications et les dérivations extérieures. Cela revient d'ailleurs, comme le remarque M. Cerf, aux Formules stokiennes et à tout ce qui peut servir de base à la Gravifique; bref l'œuvre est dans l'immense courant synthétique qui emporte aujourd'hui la Géométrie et la Physique géométrisée. Au point de vue logique tout cela aurait pu exister sans Einstein; c'était en puissance dans Pfaff, Grassmann, Riemann, Lie. Au point de vue réel, il a fallu un Einstein pour animer des constructions théoriques qui semblaient mortes à beaucoup d'excellents esprits.

On sait qu'une transformation T, en x, z, p; X, Z, P, est dite *de contact* quand, avec

$$\omega = dz - p_i\,dx_i\ , \qquad \Omega = dZ - P_i\,dX_i$$

on a $\Omega = \rho\omega$. Réduire cette dernière équation à des formes canoniques et déterminer toutes les T c'est considérer un cas particulier des nombreux problèmes, traités par M. Cartan, en lesquels les inconnues sont des formes de Pfaff et qui peuvent, par exemple, donner naissance aux groupes finis ou infinis. Rappelons aussi que les intégrales multiples portant sur des formes de Pfaff conduisent, en particulier, aux équations de l'électromagnétisme. Vraiment les synthèses tiennent ici du prodige et avec un appareil analytique au fond très minime. Le calcul des formes de Pfaff conduit encore aux parenthèses de Poisson (liées aux équations canoniques) et à des généralisations très vastes de ces parenthèses. Suit la théorie des groupes de fonctions. Enfin les transformations de contact peuvent être *prolongées* de manière à conserver des contacts d'ordres de plus en plus élevés.

Elles peuvent être remplacées par des transformations concernant seulement les multiplicités intégrales de certaines équations ou de certains systèmes d'équations aux dérivées partielles; c'est dans cette direction qu'on retrouve le Problème de Bäcklund traité par M. Goursat, notamment dans le fascicule VI du *Mémorial*. Si nous rappelons que ce Calcul pfaffien et le Calcul différentiel absolu sont de très proches parents, à quels horizons mathématiques la vue émerveillée n'atteint-elle pas ?

A. Buhl (Toulouse).

F. Bedeau. — **Le Quartz piézo-électrique et ses applications dans la technique des ondes hertziennes** (Mémorial des Sciences physiques dirigé par Henri Villat et Jean Villey; fasc. VI). — Un fascicule gr. in-8° de 64 pages et 18 figures. Prix: 15 francs. Gauthier-Villars & Cie. Paris, 1928.

Voici encore un exposé bien intéressant qui pourrait nous ramener aux vues générales sur les phénomènes physiques dont il a été question, un peu plus haut, à propos de la *Théorie mathématique de l'Elasticité* de M. Léon Lecornu. Les solides, surtout cristallins et plus particulièrement le spath, le quartz, s'électrisent à la compression: c'est la *piézo-électricité*. Elle présente les plus grandes analogies avec la *pyro-électricité* due à des variations de température. Ces deux phénomènes électriques sont même souvent malaisés à séparer car une variation de température peut entraîner une dilatation ou une contraction d'effet piézo-électrique.

Ce qu'il y a de remarquable est que ces choses semblent être comme un raccourci de toute l'histoire de l'électricité; on savait, depuis la plus haute antiquité, que l'ambre frottée attirait les corps légers; mais ensuite quelle extraordinaire stagnation jusqu'aux théories et applications électriques modernes. De même, depuis un temps immémorial, on avait remarqué, dans l'Inde et dans l'île de Ceylan, que la tourmaline jetée dans le feu avait la propriété d'attirer les cendres et c'était là beaucoup plus de la piézo que de la pyro-électricité. Mais il faut les travaux modernes des frères Curie pour que de tels phénomènes soient étudiés systématiquement et acheminés vers de magiques applications. Lippmann essaya d'abord des principes conservatifs de la Thermodynamique et découvrit la piézo-électricité inverse. Pendant la guerre, Langevin produisit des ultra-sons en faisant vibrer un cristal de quartz également capable de les détecter; ces ultra-sons pouvant se réfléchir au fond de la mer, on avait un merveilleux procédé de sondage. Puis l'Américain Cady construisit un condensateur à lame de quartz qui fut un oscillateur à ondes entretenues et stabilisées; ce quartz se prêtait très bien à l'étalonnement des longueurs d'onde. Au point de vue spéculatif, Voigt donnait de remarquables aperçus théoriques. Dans le présent fascicule on trouve les développements mathématiques se rapportant habituellement aux phénomènes de résonance. Le sujet est essentiellement élégant; d'une part les symétries cristallines, d'autre part les graphiques généralement très purs se rapportant tantôt aux vibrations élastiques, tantôt aux ondes électromagnétiques. La réunion de ces deux genres d'oscillations se fait, grâce au quartz, avec une facilité qui donne à la question une place de premier ordre parmi celles, cependant si nombreuses, que la Physique met actuellement à l'ordre du jour.

A. Buhl (Toulouse).