Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 29 (1930)

Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE.

Artikel: SUR LES SYSTÈMES LINÉAIRES DE SUITES DE POINTS EN GÉOMÉTRIE PLANE PROJECTIVE

Autor: Weiss, E. A.

Kapitel: 1. — Suites de points régulières et singulières.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-23253

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 15.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

1. — Suites de points régulières et singulières.

Deux paramètres binaires $\tau_1 : \tau_2$ et $\sigma_1 : \sigma_2$ étant donnés en notation homogène, je désignerai par:

$$(\tau\sigma) = \tau_1\sigma_2 - \tau_2\sigma_1 \tag{1}$$

le déterminant dont l'évanouissement est la condition nécessaire et suffisante pour que ces deux paramètres soient identiques.

Soient de même:

$$x_1 : x_2 : x_3 \qquad \text{et} \qquad u_1 : u_2 : u_3 \tag{2}$$

les coordonnées homogènes d'un point x et d'une droite u. Je désignerai par:

$$(ux) = u_1x_1 + u_2x_2 + u_3x_3 \tag{3}$$

l'expression qui s'annule si le point est sur la droite. J'écrirai enfin:

$$(pqr) \qquad \text{et} \qquad (uvw) \tag{4}$$

pour les déterminants formés des coordonnées de trois points p, q, r ou de trois droites u, v, w.

Considérons la forme linéaire en u et τ:

$$(um)(\mu\tau) \equiv (u_1m_1 + u_2m_2 + u_3m_3)(\mu_1\tau_2 - \mu_2\tau_1) \ . \tag{5}$$

Ici m_i et μ_k sont des symboles qui, en général, n'ont seuls aucune signification réelle. Un produit $m_i\,\mu_k$ seulement a toujours un sens réel et représente un nombre complexe, un des six coefficients de la forme (5). Si, dans l'équation:

$$(um)(\mu\tau) = 0 \ , \tag{6}$$

τ est, pour le moment, un paramètre fixe, (6) est l'équation d'un point. Des paramètres binaires τ différents donnent différents points ternaires qui sont tous sur une droite dont (6) est une représentation paramétrique. *L'équation* (6) *est donc l'expression analytique pour une suite de points. Les coefficients* $m_i\mu_k$ *de l'équation sont les six coordonnées homogènes de cette suite de points.*

Si, au contraire, dans l'équation (6), les u_i sont regardés comme

coordonnées d'une droite fixe, le paramètre τ, solution de l'équation linéaire résultante est le paramètre du point d'intersection de la droite u et de la suite de points.

Pour obtenir l'équation de la droite représentée par (6) joignons deux points différents τ et σ:

$$m(\mu\tau) \qquad \text{et} \qquad m'(\mu'\sigma)\ ^{1} \tag{7}$$

Or:

$$(xmm')(\mu\tau)(\mu'\sigma) = \frac{1}{2}(xmm')(\mu\mu').(\tau\sigma) \tag{8}$$

L'équation de la droite cherchée s'obtient donc en annulant la forme:

$$(ux) = \frac{1}{2}(xmm')(\mu\mu') \ . \tag{9}$$

Il y a exception dans le cas où cette expression s'annule identiquement. Ce cas échéant la forme $(um)(\mu\tau)$ se décompose en deux facteurs, un ternaire et un binaire, dont chacun a une signification réelle:

$$(um).(\mu\tau) \ .\ ^{2} \tag{10}$$

Annulé le premier donne l'équation d'un point m, le deuxième l'équation d'un paramètre μ. Nous appelerons *suite de points singulière* cette figure formée par l'ensemble d'un point m et d'un paramètre binaire μ.

2. Représentation des suites de points dans un espace E_5.

Interprétons les six coordonnées homogènes d'une suite de points comme coordonnées d'un point d'un espace projectif E_5 à 5 dimensions. A chaque point de cet espace correspondra une suite de points et réciproquement. *Les suites de points singulières auront comme images les points d'une variété* v_3 *à trois dimensions* dont la représentation paramétrique est immédiate:

$$m_1 . \mu_1 : m_2 . \mu_1 : m_3 . \mu_1 : m_1 . \mu_2 : m_2 . \mu_2 : m_3 . \mu_2 \ , \tag{11}$$

---

[1] L'accentuation est nécessaire pour éviter la confusion des deux séries de symboles correspondants.

[2] Le point servira toujours pour séparer des expressions symboliques ayant par elles-mêmes une signification réelle.