Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 29 (1930)

Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE.

Buchbesprechung: Henri Villat. — Leçons sur la Théorie des Tourbillons. — Un volume gr. in-8° de vi-300 pages. Prix: 65 francs. Gauthier-Villars et Cie. Paris, 1930.

Autor: Buhl, A.

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 02.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

analyse puissante et harmonieuse peut être développée dans les cas de viscosité faible, dans le voisinage, pour ainsi dire, de celle qui est développée d'abord dans le cas de la viscosité nulle. Les solides symétriques (cylindres, hémisphères,...), le cas du fluide limité, donnent encore des théories analytiquement maniables sinon toujours d'accord avec l'expérience d'où, évidemment, de nombreux perfectionnements à rechercher; mais on a l'impression que, quoi qu'il en soit, la Science a été dirigée dans une voie utile, féconde, très ingénieuse, et qu'il y a peu de chances d'aller plus avant si la voie en question n'est pas parcourue d'abord en prenant pour guide l'enseignement profond et original de M. Henri Villat.

A. Buhl (Toulouse).

Henri Villat. — **Leçons sur la Théorie des Tourbillons.** — Un volume gr. in-8° de vi-300 pages. Prix: 65 francs. Gauthier-Villars et Cie. Paris, 1930.

Ce serait un point de vue tout à fait insuffisant que de considérer la Théorie des tourbillons comme ne formant qu'un chapitre particulier de la Mécanique des fluides. Le « tourbillon » est essentiellement « stokien »; il peut naître, avec la formule de Stokes, de l'identité

$$\int_C X\,dY = \int\int_A dX\,dY \tag{1}$$

exprimant, de deux manières, l'aire A de contour C. Ainsi la Théorie peut avoir son origine dans la Géométrie et se diriger, avec les généralisations de (1), vers toutes les branches de la Physique théorique. Et, au fait, à notre époque de Mécanique ondulatoire, n'oublions-nous pas, un peu trop, la Mécanique tourbillonnaire à prétentions également universelles très défendables et très bien défendues par d'illustres savants tels que Lord Kelvin.

Il n'y a d'ailleurs pas lieu d'opposer ces deux Mécaniques; elles peuvent avoir des origines communes, en des identités du type (1). Bien que les mouvements tourbillonnaires ne soient pas les plus simples de tous, le concept de tourbillon a, *partout*, une immense puissance constructive. Ainsi le simple tableau de définition

$$\begin{array}{ccc} 2\xi & 2\eta & 2\zeta \\ \hline\hline \dfrac{\partial}{\partial x} & \dfrac{\partial}{\partial y} & \dfrac{\partial}{\partial z} \\ u & v & w \end{array} \tag{2}$$

si l'on y intervertit les deux premières lignes, en introduisant une fonction H dans les symboles de dérivation partielle (cette introduction de H étant d'ailleurs nécessaire pour que l'interversion indiquée ait un sens), donne les équations du liquide parfait en mouvement permanent. Celles-ci, par élimination de H, donnent les équations de Helmholtz en relation avec le théorème de Lagrange sur la permanence du potentiel des vitesses et avec les résultats de Cauchy généralisés, en 1916, par Friedmann. Peu importe, ici, la description détaillée de tels développements, mais, encore une fois,

ce que l'on peut affirmer, avec force, c'est qu'il n'y a *rien*, littéralement *rien*, en Physique théorique, qui ne puisse être atteint avec des points de départ tels que les précédents. Et l'on peut déjà juger, par là, de l'immense importance des théories tourbillonnaires.

Le Chapitre premier de ce second livre de M. H. Villat nous familiarise d'abord avec ces grandioses conceptions préliminaires.

Le Chapitre II traite de la détermination des vitesses à partir des tourbillons; supposer que le vecteur (u, v, w) a, lui-même, une forme tourbillonnaire, introduit, dans la question, les laplaciens de la théorie du potentiel, suggère l'analogie existant entre l'anneau de tourbillons et le circuit électrique, enfin conduit, pour le cas du vase mobile, à une certaine équation de Fredholm, théorie déjà entrevue par Poincaré et récemment perfectionnée par MM. H. Villat et J. Delsarte.

Au chapitre III, nous voyons apparaître des équations canoniques pour le mouvement de tourbillons infiniment déliés et, au chapitre IV, avec les tourbillons de Bénard-Karman, toute une analyse de séries de fractions rationnelles pour la représentation de vitesses ou de potentiels complexes. Il y a ici des *files* de tourbillons, files régulières comme, par exemple, la file des pôles d'une tangente. Physiquement ces files se forment derrière les solides en mouvement dans les fluides (chapitre V), du moins sous certaines conditions de vitesses.

Avec le chapitre VI nous passons au cas du fluide limité et, plus particulièrement, limité par deux plans parallèles. Il est alors aisé de prévoir, en gros, ce qui va se passer. La configuration tourbillonnaire comprise entre ces deux plans peut être répétée indéfiniment et régulièrement en dehors de ceux-ci; les files de pôles d'une configuration donneront une infinité de files régulièrement distribuées dans un champ complexe et ce sera la distribution polaire d'une fonction méromorphe telle une fonction elliptique. De fait, dans ce chapitre VI, les fonctions elliptiques jouent un rôle élégant et étendu.

La représentation conforme conserve les tourbillons (chapitre VII) mais non leurs vitesses; déterminer celles-ci engendre de curieuses associations de limites et de dérivations, ces opérations n'étant point permutables.

Les chapitres VIII et IX ont trait aux tourbillons de dimensions finies, particulièrement aux configurations de révolution et à l'anneau. Il y a là des curiosités, telles le tourbillon sphérique de Hill et surtout le tourbillon elliptique de Kirchhoff, manifestant, pour ainsi dire, contre la trop grande symétrie que l'on pourrait prêter à la question en n'y introduisant que des configurations de révolution.

Le chapitre X atteint aux généralités avec lesquelles se combinent ondes et tourbillons, ce qui fait penser, à nouveau, aux généralités de la Physique théorique actuelle. Les ondes sont des discontinuités d'accélérations d'ordre n et la simple conception de dérivations des équations (2) porte à penser que de telles discontinuités vont retentir sur les tourbillons. Inversement, il y a les agrégats tourbillonnaires qui ne peuvent exister sans engendrer des ondes; en général, les deux choses sont liées et — revenons sur cette idée — le magistral et esthétique exposé de M. Villat peut faire beaucoup pour redonner une allure tourbillonnaire aux théories ondulatoires de l'heure présente.

Les chapitres XI, XII, XIII reprennent, conformément aux travaux de M. Lichtenstein, la question de l'influence des *domaines* tourbillonnaires.

D'où des équations *intégrales* en lesquelles on reconnaît toujours les symétries du tableau (2). Les questions d'intégration deviennent ici des plus difficiles; on ne peut guère songer qu'à des méthodes d'approximations successives et l'on se sent aux limites de l'Analyse.

Les tourbillons en fluide visqueux (chapitre XIV) n'allant point sans es équations d'Oseen introduites dans le volume précédent, nous nous trouvons finalement en présence d'un immense champ de recherches dont les grandes lignes sont, dès maintenant, disposées de la manière la plus heureuse. Vraiment, on ne peut mieux terminer ces trop brèves analyses qu'en y rappelant aussi l'opinion de M. Léon Lichtenstein sur l'attrait prodigieux que l'hydromécanique peut offrir non seulement au technicien mais encore au philosophe et même au chercheur simplement épris de fantaisie. Et pour longtemps maintenant, grâce à M. Henri Villat, notre Ecole d'hydromécanique brille d'un éclat qui lui attirera, sans aucun doute, de nombreux et fervents adeptes.

A. Buhl (Toulouse).

Eugène Bloch. — **L'ancienne et la nouvelle Théorie des Quanta.** — Un volume gr. in-8° de vi-418 pages. Prix: 90 francs. Hermann et Cie. Paris, 1930.

Les développements essentiels de ce livre me ramènent aux conceptions déjà analysées, l'an dernier et ici-même, à propos des ouvrages de Fowler, Weyl, Frenkel, Wintner, Birtwistle, de Camas. M. Eugène Bloch, connaissant, citant et utilisant plusieurs de ces ouvrages, a composé des leçons élégantes et claires qui semblent même, en bien des endroits, avoir une forme définitive, tant on y est près des formes analytiques primordiales, notamment des équations canoniques. On peut donner à ces dernières équations diverses origines des plus simples; Jacobi, Hamilton, peut-être Cauchy, ne se sont pas trompés en y voyant un des aspects essentiels de la Mécanique et c'est cette manière de voir à laquelle la Mécanique ondulatoire donne, aujourd'hui, une confirmation de plus. A y regarder de près, cette Mécanique ondulatoire est l'aboutissement logique de bien des choses. C'est une mécanique de la périodicité et la périodicité s'est introduite en Mécanique Céleste avec les Méthodes nouvelles — si bien décrites et reprises par Henri Poincaré — méthodes qui, à propos du mouvement de masses ponctuelles, ne toléraient, dans les développements en séries, que des termes périodiques à chacun desquels aurait déjà pu correspondre une propagation ondulatoire. La Science s'est précisée; l'onde accompagnant tout mouvement ponctuel est apparue très simplement quand l'équation de Jacobi nous a laissé voir qu'une de ses solutions V (x, y, z, t) pouvait se propager selon la conception de Huyghens et que l'équation de Schrödinger pouvait suivre, très simplement aussi, en faisant correspondre des *opérateurs* de dérivation aux composantes p_x, p_y, p_z, qui figurent dans l'expression de la demi-force vive T. C'est sans doute là qu'est le nœud essentiel du beau livre de M. Bloch (Chapitre XIV). Mais cette manière de décrire les choses n'en explique peut-être pas suffisamment le titre, ce à quoi il est aisé de remédier en reprenant l'ouvrage par le début.

L'ancienne théorie des quanta est celle des variations énergétiques simplement discontinues.

Les transformations intra-atomiques libèrent ou absorbent l'énergie par