Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 30 (1931)

Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Buchbesprechung: Alexander Ostrowski. — Studien über den Schottkyschen Satz. — Un volume gr. in-8° de iv-112 pages. Prix: 5 francs suisses. B. Wepf & Cie, Bâle, 1931.

Autor: Buhl, A.

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 11.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

extension de lemmes elliptiques. Les méthodes de M. Picard conduisent de même (Ch. III) à retrouver la représentation paramétrique fuchsienne des courbes algébriques dévoilée par Henri Poincaré dans un ordre d'idées plutôt inverse en partant plus des propriétés uniformisantes de la fonction fuchsienne que de la nature même de la courbe.

En possession de la notion de fonction automorphe, nous pouvons y adjoindre (Ch. IV) de profondes généralités sur l'équation $\Delta u = ke^u$. Il y a là une des plus belles liaisons entre les surfaces à courbure totale constante sur lesquelles existe une géométrie non-euclidienne et cette dernière géométrie naturellement liée, d'autre part, au groupe fuchsien.

En trois derniers chapitres, M. Emile Picard passe aux surfaces algébriques et aux intégrales simples ou doubles qui peuvent y être attachées, en suivant, *autant que possible* l'ordre des résultats acquis avec les courbes. Mais on aperçoit promptement combien il est nécessaire de souligner les mots *autant que possible*. Les intégrales de différentielles totales sont naturellement accompagnées de conditions d'intégrabilité; les intégrales doubles peuvent prendre des formes *stokiennes* qui leur confèrent plutôt des propriétés d'intégrales simples. Dans de tels cas, le terrain devient d'une transcendance tout à fait nouvelle: des nombres entiers, à histoire déjà célèbre, s'attachent aux surfaces algébriques comme le *genre* s'attache aux courbes mais avec des difficultés arithmétiques insoupçonnables dans la théorie des intégrales abéliennes. C'est ici qu'apparaît un Analysis situs, une topologie appelant encore de nombreux perfectionnements tandis qu'en matière abélienne à une variable, la notion de surface de Riemann semble aujourd'hui définitive.

Quatre Notes, déjà publiées en 1903, 1905, 1889, 1883, terminent un exposé qui lie surtout le tome II du *Traité d'Analyse* aux *Fonctions algébriques de deux variables* de MM. Picard et Simart. Ce lien semble particulièrement heureux et presque susceptible d'être étudié sans étude développée des ouvrages qu'il unit. On se reportera à ceux-ci là ou M. Picard indique la nécessité du rapprochement. Et avant de fouiller, par un travail persévérant, le détail logique des choses, ces nouvelles Leçons permettront un premier coup d'œil d'ensemble d'où sortiront aisément d'utiles et profondes intuitions. A. Buhl (Toulouse).

Alexander Ostrowski. — **Studien über den Schottkyschen Satz.** — Un volume gr. in-8° de IV-112 pages. Prix: 5 francs suisses. B. Wepf & Cie, Bâle, 1931.

Cette analyse nous paraît devoir être placée, ici, immédiatement après celle consacrée aux dernières Leçons de M. Emile Picard. Les sujets ne sont pas les mêmes mais ils dépendent du même animateur. Il s'agit du théorème que M. Picard nous donna, voici un demi-siècle, sur les valeurs qu'une fonction entière ne peut pas prendre, en un Mémoire célèbre reproduit récemment en tête de *Selecta* (voir *L'Enseignement mathématique*, t. 27, 1928, pp. 11 et 155). Depuis cinquante ans, ce théorème a eu de prodigieuses répercussions. On a voulu l'approfondir, le rendre indépendant de la fonction modulaire, le généraliser d'une foule de manières et le lemme de Schottky représente assez bien aujourd'hui l'aboutissement de ces vastes efforts qui, entre temps, ont été l'objet de nombre d'expositions systématiques, telles celles de la *Collection de Monographies sur la Théorie des Fonctions* publiée par M. Emile Borel. Si nous disons « assez bien », ce n'est pas pour critiquer,

si peu que ce soit, la belle synthèse de M. Ostrowski, c'est parce que le sujet, précisément à cause de sa prodigieuse fécondité, a une multiplicité de physionomies qui le rendent presque impossible à représenter intégralement en une exposition unique, pour laquelle il faut cependant se décider si l'on veut faire œuvre vraiment utile. Il est probable aussi que ce lemme de Schottky, si bien construit soit-il, n'a rien d'un véritable aboutissement. Il laisse le champ ouvert sur de nouveaux horizons et ce d'une manière particulièrement commode; c'est là sa véritable et très grande valeur.

Au fond la question est celle des équations sans racines ou des racines ne pouvant être cherchées que dans le voisinage de points singuliers essentiels, à condition d'approcher de ceux-ci par des chemins convenables. Elle est évidemment liée à celle des chemins d'infinitude. Dans les deux cas il s'en faut de beaucoup qu'on sache toujours trouver explicitement le fil d'Ariane mais il est déjà considérable qu'on puisse, quand il existe, s'assurer de cette existence. Quoiqu'il en soit, les problèmes ont pris une allure géométrique avec les morcellements de M. Montel et les suites de M. Julia. La représentation conforme peut alors jouer utilement pour passer des domaines cerclés à des domaines de forme quelconque.

Quant aux inégalités régissant les modes de croissance, elles gagnent, de plus en plus, en précision mais en conservant leur nature essentielle; c'est toujours la bonne vieille croissance exponentielle qui est la croissance type et l'on ne voit guère ce qui pourrait changer sur ce point.

L'exposition de M. Ostrowski paraît au courant d'une foule de travaux. Après les célèbres inégalités de Borel-Hadamard et les transformations de M. Lindelöf, on trouve l'influence de plus en plus récente de MM. P. Lévy, Valiron, Milloux. Beaucoup de noms français derrière celui de M. Emile Picard, ce qui n'interdit pas de trouver aussi ceux de MM. Bieberbach, Kœbe, H. Bohr, Landau. On ne peut empêcher le présent objet d'avoir soulevé des efforts vraiment universels et point n'est besoin d'être prophète pour annoncer qu'il en soulèvera d'autres grâce, pour l'instant, aux développements si intéressants que M. Ostrowski vient de lui consacrer.

A. Buhl (Toulouse).

Alfred Lacroix. — **Figures de Savants.** — Deux volumes gr. in-8°, l'un de x-328 pages et 32 portraits ou planches, l'autre de 360 pages et 26 portraits ou planches. Prix, pour l'ensemble des deux tomes: 150 francs. Gauthier-Villars & Cie. Paris, 1932.

Les savants dont il s'agit ici ne sont généralement point mathématiciens. Mais si nous avons attaché grande importance à des Eloges et Discours académiques publiés récemment par M. Emile Picard et concernant des géomètres, combien il paraîtrait injuste de ne pas paraître estimer autant une œuvre analogue due à l'autre Secrétaire perpétuel de l'Académie des Sciences. De plus, n'envisagerait-on que les mathématiciens exclusivement préoccupés de l'esprit mathématique qu'il faudrait encore recommander à ceux-ci la lecture des deux magnifiques volumes dus à M. Alfred Lacroix. On voit mieux le rôle des mathématiques et on en comprend mieux la portée quand on est amené à réfléchir aux efforts d'esprits éminents, ayant voué un culte ardent à l'étude des phénomènes naturels mais voyant ceux-ci autrement qu'à travers les formules de l'algorithme géométrico-analytique.

Le Tome premier débute par l'histoire du Troisième fauteuil de la Section