SUR LES ÉQUATIONS DU MOUVEMENT DANS UN SYSTÈME HOLONOME SANS FROTTEMENT

Autor(en): **Papaïoannou, C. P.**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **30 (1931)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **25.05.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-23885

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

SUR LES ÉQUATIONS DU MOUVEMENT DANS UN SYSTÈME HOLONOME SANS FROTTEMENT

PAR

C. P. PAPAÏOANNOU (Athènes).

---

1. — Nous considérons un système holonome Σ formé de n points. Soient les équations de liaison de ce système

$$f_a(x_1, y_1, z_1, \dots z_n, t) = 0 \qquad a = 1, \dots h < 3n \tag{1}$$

et les équations auxiliaires

$$f_{h+b}(x_1, y_1, z_1 \dots z_n, t) = q_b \qquad b = 1, \dots k = 3n - h . \tag{2}$$

Donnons à t une valeur numérique et considérons à l'instant correspondant le système d'équations:

$$\delta f_a = 0 , \qquad \delta f_{h+b} = \delta q_b . \tag{3}$$

Comme les variations δq sont arbitraires, on peut formuler k systèmes successifs d'équations $[S_b . b = 1, \dots, k]$ en supposant dans le système (3) un des q variables, les autres restant constants. Soit un tel système S_e correspondant à la valeur $b = e$

$$(S_e) \begin{cases} \delta f_c = 0 & (c = 1, \dots h + e - 1, h + e + 1, \dots 3n) \\ \delta f_{h+e} = \delta q_e \end{cases}$$

Posons

$$\Delta = \frac{D(f_1, f_2, \dots f_{3n})}{D(x_1, \dots z_n)} \neq 0$$

et résolvons le système S_e par rapport aux δx_ρ, δy_ρ, δz_ρ; nous trouvons

$$\left\{\begin{array}{lll} \delta x_\rho = \dfrac{1}{\Delta}\,\delta q_e\,\Delta^x_{e,\rho} & \rho = 1\,,\,2\,,\,\ldots\,n & \\ \delta y_\rho = \dfrac{1}{\Delta}\,\delta q_e\,\Delta^y_{e,\rho} & \quad\text{»} & \qquad (5) \\ \delta z_\rho = \dfrac{1}{\Delta}\,\delta q_e\,\Delta^z_{e,\rho} & \quad\text{»} & \end{array}\right.$$

où on a désigné par $\Delta^{(\prime)}_{e,\rho}$ le mineur du déterminant Δ qu'on obtient en supprimant la ligne correspondante au δq_e et la colonne correspondante au $\delta\omega_\rho$.

Ainsi, ont peut trouver k expressions des δx_ρ, δy_ρ, $\delta z_{,\rho}$ analogues aux (5) correspondantes aux k systèmes $S_e (e = 1, \ldots k)$ et en vertu de ces expressions on peut remplacer l'équation générale de la dynamique

$$\sum_{\rho=1}^{\rho=n}\left[\left(X_\rho - m_\rho\frac{d^2x_\rho}{dt^2}\right)\delta x_\rho + \left(Y_\rho - m_\rho\frac{d^2y_\rho}{dt^2}\right)\delta y_\rho + \left(Z_\rho - m_\rho\frac{d^2z_\rho}{dt^2}\right)\delta z_\rho\right] = 0$$

par les k équations

$$\sum\left[\left(X_\rho - m_\rho\frac{d^2x_\rho}{dt^2}\right)\Delta^x_{e,\rho} + \left(Y_\rho - m_\rho\frac{d^2y_\rho}{dt^2}\right)\Delta^y_{e,\rho} + \left(Z_\rho - m_\rho\frac{d^2z_\rho}{dt^2}\right)\Delta^z_{e,\rho}\right] = 0\,. \qquad (6)$$

Représentons par le symbole $\Delta_e(A_\rho, B_\rho, \Gamma_\rho)$ le déterminant qu'on obtient en remplaçant dans Δ la ligne d'ordre $h + e$ par les $(A_1, B_1, \Gamma_1, \ldots \Gamma_n)$; nous obtenons les équations (6) sous la forme:

$$\Delta_e(X_\rho\,,\,Y_\rho\,,\,Z_\rho) = \Delta_e\left(m_\rho\frac{d^2x_\rho}{dt^2}\,,\,m_\rho\frac{d^2y_\rho}{dt^2}\,,\,m_\rho\frac{d^2z_\rho}{dt^2}\right). \qquad (7)$$

$$(e = 1\,,\,\ldots\,k)$$

2. — On peut formuler les équations d'équilibre du système holonome Σ. Revenons pour cela au n° 1. Il suffit de considérer les équations:

$$f_a(x_1\,,\,y_1\,,\,z_1\,,\,\ldots\,z_n) = 0$$

$$f_{h+b}(x_1\,,\,y_1\,,\,z_1\,,\,\ldots\,z_n) = q_b$$

et les k systèmes d'équations:

$$\delta f_c = 0 , \qquad \delta f_{h+e} = \delta q_e . \qquad (e = 1 , \ldots k)$$

On obtiendra ainsi, les expressions des δx_ρ, δy_ρ, δz_ρ analogues aux équations (5) et on remplacera alors l'équation générale de la Statique

$$\sum_{\rho=1}^{\rho=n} (X_\rho \delta x_\rho + Y_\rho \delta y_\rho + Z_\rho \delta z_\rho) = 0$$

par les k équations

$$\Delta_e(X_\rho , Y_\rho , Z_\rho) = 0 . \qquad (e = 1 , 2 , \ldots k) \qquad (8)$$

Proposons-nous, par exemple, de trouver les conditions d'équilibre d'un point (x, y, z) sur la surface

$$f(x , y , z) = 0 .$$

Nous pouvons considérer comme équations auxiliaires les équations:

$$x = q_1 , \qquad y = q_2 .$$

Les équations (8) seront alors

$$\Delta_1(X , Y , Z) = \begin{vmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} & \frac{\partial f}{\partial y} & \frac{\partial f}{\partial z} \\ X & Y & Z \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} = 0$$

$$\Delta_2(X , Y , Z) = \begin{vmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} & \frac{\partial f}{\partial y} & \frac{\partial f}{\partial z} \\ 1 & 0 & 0 \\ X & Y & Z \end{vmatrix} = 0$$

d'où l'on déduit les conditions

$$\frac{X}{\frac{\partial f}{\partial x}} = \frac{Y}{\frac{\partial f}{\partial y}} = \frac{Z}{\frac{\partial f}{\partial z}} .$$