Solomon Lefschetz. — Topology (American mathematical Society, Colloquium Publications, volume XII). —- Un vol. grand in-8° de x-410 pages. Prix: $ 4,50. American mathematical Society, New-York. Hirschwaldsche Buchhandlung, Berlin. Bowes & Bowes, Cambrid...

Autor(en): **Buhl, A.**

Objekttyp: **BookReview**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **30 (1931)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **25.05.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

traient comme identiques. C'est une idée très relativiste, chère à Poincaré. Il réfute spirituellement les vues de Le Dantec sur la pensée épiphénoménale et se moque quelque peu de l'homme moyen de Quételet. Il ne croit pas à l'expérience de la vie courante; nous changeons et ce que nous appelons notre expérience est celle d'un autre que nous ne sommes plus !

M. Emile Picard, appelé à l'Académie française, dut, suivant l'usage, prononcer, le 11 février 1926, un Discours de réception consacré à son prédécesseur Charles de Saulses de Freycinet. Tâche délicate car il y avait beaucoup plus à dire du patriote et de l'homme d'Etat que du géomètre. Néanmoins, les idées de Freycinet sur la Géométrie sont analysées sans heurt et avec rappel de la boutade relative à la Géométrie pure dont on a pu dire, avec raison, que c'est une science où l'on ne sait jamais de quoi on parle, ni si ce que l'on dit est vrai.

Le double Centenaire de Newton et de Laplace est l'occasion d'un Discours prononcé à la Sorbonne, le 4 mai 1927. Newton y est revélé adepte de la pensée *patiente* et comme beaucoup moins admiré par ses contemporains qu'on ne pourrait croire. Laplace connut également des difficultés de début, notamment avec d'Alembert. Finalement il reste le mécanicien *pratique* du Ciel; la merveilleuse analyse d'un Sundmann est sans intérêt usuel.

Le Cinquantenaire de la Fondation du Bureau international des Poids et Mesures (5 octobre 1927) est l'occasion de montrer combien est passé l'âge héroïque où, avec un matériel très simple, on pouvait faire de grandes découvertes. D'ailleurs, pour les Membres du Bureau, les variations d'étalons, si naturellement acceptées par les relativistes, ne peuvent être qu'une cause de désespoir.

La grandiose figure de Jean-Baptiste Biot tend, pour la génération moderne, à s'estomper quelque peu dans les brumes du passé. M. Emile Picard la remet en pleine et belle lumière.

L'inauguration de l'Institut Henri Poincaré (17 novembre 1928) permet de rappeler que la Physique est ramenée maintenant à une Géométrie généralisée sans que l'intelligibilité des choses y gagne forcément.

Le troisième Centenaire de la naissance de Christaan Huygens (13 avril 1929) rapproche le génie du physicien hollandais de celui de Newton.

Enfin le volume se termine par le « Coup d'œil sur l'Histoire des Sciences et des Théories physiques » déjà publié à part et analysé ici l'an dernier (p. 172).

M. Emile Picard, en de jolies périodes, en un style toujours châtié, qui joint souvent, à la précision historique, le charme de l'anecdote, publie, au total, un volume d'une lecture très attachante d'où la philosophie se dégage sous une forme sereine et pleine d'espérances.

A. Buhl (Toulouse).

Solomon Lefschetz. — **Topology** (American mathematical Society, Colloquium Publications, volume XII). — Un vol. grand in-8° de x-410 pages. Prix: $ 4,50. American mathematical Society, New-York. Hirschwaldsche Buchhandlung, Berlin. Bowes & Bowes, Cambridge, England. 1930.

La topologie, ou Analysis Situs, a surtout été représentée en France par les travaux de Jordan, de Poincaré et de M. Emile Picard, maître dont M. Lefschetz est un disciple. Elle a trouvé beaucoup plus d'adeptes qu'on

ne pourrait croire en Amérique même. Parmi ceux-ci, il faut surtout citer J.-W. Alexander et O. Veblen, ce dernier venant de publier une seconde édition d'un livre dont l'analyse se placera tout naturellement après celle-ci. Au point de vue historique la création de l'algorithme remonte à Riemann, Betti, Kronecker.

Cette création, qu'on considère parfois comme une brillante fantaisie de l'esprit analytico-géométrique, apparaît, lorsqu'on y regarde de plus près, comme impérieusement conditionnée par la nécessité. Les symboles et les identités les plus simples du Calcul intégral, les petites formules de Green, Riemann, Stokes, admettent des extensions où le monde des variétés d'intégration apparaît promptement comme étant d'une complexité qu'il ne saurait même être question de limiter; on peut toutefois se proposer d'ordonner cette complexité et c'est là une des premières voies conduisant obligatoirement à la topologie. Une seconde voie, à peine distincte d'ailleurs de la première, est celle de l'uniformisation des fonctions algébriques et, plus généralement, des fonctions multiformes. Les variétés uniformisantes, dont les surfaces de Riemann sont un cas des plus simples, sont déjà loin de nos concepts spatiaux habituels. Plus généralement encore, on peut remarquer qu'il n'y a point de concepts géométriques qui ne se traduisent, à volonté, par de l'analyse. Mais l'assertion inverse apparaît comme incomparablement plus douteuse et l'on peut dire que la topologie est l'art de *figurer*, autant que possible, les créations mathématiques dues à la seule logique. Il faut créer des espaces et des propriétés spatiales pour illustrer, au delà du domaine immédiatement sensible, ce que notre raisonnement peut donner; il faut analyser soigneusement des notions géométriques d'apparence simple, telles la continuité, pour ne point être conduit, comme cela n'est que trop arrivé, à des résultats faux et dont l'inexactitude tenait à l'abus de propositions intuitives insuffisamment ordonnées. Un des premiers résultats de la science ordonnatrice sera de nous faire loger, dans le même domaine topologique, des constructions logiques qui pourront se rapporter à des objets très différents pour lesquels il y aura alors *homéomorphie*. Que de théories actuelles sont homéomorphes, sinon d'un bout à l'autre, du moins sur des étendues considérables.

Ceci saute aux yeux rien qu'en examinant les quinze pages de bibliographie placées à la fin du beau livre de M. Lefschetz. Les surfaces et espaces de Riemann, le Calcul tensoriel, les ensembles, les groupes, les considérations dynamiques, la géométrie algébrique, les fonctions de deux et de n variables complexes, ... ont recours à la topologie non pas pour lui demander des secours extrêmement divers mais, tout au contraire, des procédés d'ordination tirés d'un même moule. Ces procédés sont essentiellement plastiques car, si la topologie ne se fie pas intuitivement au continu, elle n'en est pas moins la science des propriétés conservées par déformation continue. C'est la grande génératrice d'espaces abstraits, au sens de M. Fréchet.

Il doit évidemment y avoir une topologie des espaces amétriques mais ceci n'empêche pas que les premiers procédés d'exploration peuvent être métriques, invoquer la *distance* euclidienne, la *sphère*, toutes choses nécessaires pour se représenter élémentairement le *voisinage* d'un point. Hausdorff, Urysohn, Fréchet,... ont suffisamment montré comment l'on passait des cas métriques aux cas amétriques. Le simplexe, la cellule, la sphère, le complexe sont des éléments constructifs fondamentaux s'alliant en des constructions polyédrales. La notion de complexe surtout est déjà un aboutissement. On

la trouve au début du livre comme vers la fin avec les complexes infinis intervenant dans la transformation d'espaces métriques dits *compacts*. M. Lefschetz fait remarquer avec raison toute la confusion qui s'est établie à propos des nombres de Betti. Il n'y a cependant là qu'une question linéaire, homologique à réduction canonique introduisant des coefficients de *torsion* (Poincaré); tout devient clair quand la notion de complexe est correctement appliquée à des assemblages de ceux-ci. Les indices de Kronecker deviennent également d'un maniement simple quand on a convenablement défini le concept d'intersection et surtout de *chaîne* d'intersections. Ceci dit à propos de choses évidemment anciennes. Quant à l'allure moderne de la topologie, il faut surtout spécifier que cette science, en s'amplifiant, n'a pas pris une allure de plus en plus rébarbative; c'est, au contraire, une analyse, de groupes, de matrices, appuyée sur un bon sens d'ordre supérieur, analyse qui ne peut plus être ignorée dans une foule de circonstances, notamment quand on veut disséquer, de manière féconde, l'épineuse notion du continu. A. Buhl (Toulouse).

Oswald Veblen. — **Analysis Situs.** Seconde édition (American mathematical Society, Colloquium Publications, Volume V, Part II). — Un vol. grand in-8° de x-196 pages. Prix: $2,00. American mathematical Society, New-York. Bowes & Bowes, Cambridge, England. Hirschwaldsche Buchhandlung, Berlin. Albert Blanchard, Paris. Nicola Zanichelli, Bologna. 1931.

La première édition de cet ouvrage date de 1921. Elle fut publiée comme seconde partie d'un volume dont le commencement, intitulé *Functionals and their Applications selected Topics including integral Equations*, était dû à Griffith Conrad Evans. *L'Enseignement mathématique* n'y consacra que quelques lignes dans le Bulletin bibliographique du tome XXII (1921-22, p. 325). Evidemment l'ouvrage méritait mieux et d'autant plus qu'il s'inspirait surtout des travaux de Poincaré. Aujourd'hui le triomphe est plus certain encore et il est hautement suggestif de voir deux collègues, de la même université de Princeton, MM. Lefschetz et Veblen revenir ensemble, à quelques mois d'intervalle, sur la Topologie ou l'Analysis Situs. D'ailleurs les deux géomètres semblent s'être entendus pour que leurs exposés ne fassent pas double emploi, bien qu'il faille évidemment commencer, de toutes manières, par les cellules, les graphes, les complexes.

Notons, chez M. Veblen, une remarque qui reflète particulièrement l'esprit de Poincaré. Les théorèmes de l'Analysis Situs seraient de deux catégories principales: ceux qui traitent du continu et ceux qui ont un caractère combinatoire et énumératif mais qu'on ne se gêne point de démontrer en utilisant le continu. Henri Poincaré, en effet, voyait bien les fondements de la Science du côté des nombres entiers et de leurs combinaisons discrètes mais il n'en proposait pas moins beaucoup de reconnaissance pour le continu qui « si tout sort du nombre entier, était seul capable d'en faire tant sortir ».

Plus loin, nous retrouvons encore les groupes linéaires et les matrices comme instruments fondamentaux d'exploration. Et ce sont bien les mêmes matrices, à multiplication non commutative, que celles dont il est question, avec M. Weyl, en géométrie unitaire, quand il s'agit de fonder, comme nous le rappelons plus loin, la Mécanique quantique. Cette Mécanique et la topo-