Michel Petrovitch. — Intégration qualitative des équations différentielles. (Mémorial des Sciences mathématiques, dirigé par Henri Villat; fasc. XLVIII.) — Un fascicule gr. in-8° de 58 pages. Prix: 15 francs. Gauthier-Villars & Cie. Paris, 1931.

Autor(en): **Buhl, A.**

Objekttyp: **BookReview**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **30 (1931)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **24.05.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

Avec les suites de points à point limite, nous revenons aussi quelque peu à des considérations topologiques telles celles du fascicule antéprécédent de M. Wilkosz.

Il faut signaler, tout particulièrement, la dérivation ponctuelle ou tangentielle qui adjoint, à un arc donné, des arcs dérivés d'ordres quelconques. Cette suite d'arcs, prise dans l'ordre inverse, donne des arcs *antidérivés*. On pourrait croire, au premier abord, que, la première dérivation étant de nature différentielle, l'antidérivation sera de nature intégrale; or, il n'en est rien. Les deux opérations sont dépourvues de quadratures. Les antidérivées ont, entre elles, des relations permettant de généraliser les propriétés des courbes gauches, considérées notamment dans leurs relations avec leurs développées. Des courbes peuvent être *réciproquement dérivées;* leur recherche, dans le cas le plus simple, constitue le *problème de Kœnigs*. Le pourquoi de la solution de ce problème n'apparaît point sans digressions profondes sur les courbes quadratiques et les courbes *minima*. De même, la comparaison de la dérivation et de la transformation projective conduit aux courbes *anharmoniques*. Les configurations, à deux dimensions, déterminées par deux courbes, terminent cet exposé, véritablement très beau, où nombre d'objets de géométrie classique trouvent des généralisations d'une allure simplificatrice indéniablement très curieuse.

A. Buhl (Toulouse).

Michel Petrovitch. — **Intégration qualitative des équations différentielles.** (Mémorial des Sciences mathématiques, dirigé par Henri Villat; fasc. XLVIII.) — Un fascicule gr. in-8° de 58 pages. Prix: 15 francs. Gauthier-Villars & Cie. Paris, 1931.

Le titre de ce fascicule en exprime très clairement le contenu. Il s'agit surtout de reconnaître, dans le domaine réel, l'allure des courbes définies par une équation différentielle. Sur un tel sujet les travaux les plus importants, et de beaucoup, sont toujours ceux que M. Emile Picard a réunis dans le troisième volume de son *Traité d'Analyse*, ainsi que ceux dus à Henri Poincaré et maintenant faciles à consulter dans le tome premier des Œuvres du célèbre géomètre, tome publié par Paul Appell en 1928.

L'exposé de M. Petrovitch peut servir d'introduction à ces grandes études tout en indiquant comment elles se sont développées avec Bendixon, Birkoff, Bôcher, Borel, Boutroux, Brouwer, Büchel, Chazy, Cotton, Delassus, Dulac, Hilb, Horn, Kneser, Lindelöf, Osgood, Petrovitch, Lord Rayleigh et quelques autres. Les travaux dus à Poincaré, à M. Emile Picard et aux auteurs en question ne forment pas moins de 92 ouvrages ou mémoires, cités ici en index bibliographique.

On sait toute la valeur que Poincaré attachait à ces études qualitatives, notamment au concept de *stabilité;* il en entrevoyait le rôle bien avant de l'avoir fixé en ses recherches sur le Problème des trois corps et les Méthodes nouvelles de la Mécanique céleste.

Une élégance relativement simple se manifeste d'ailleurs quant à l'énoncé des conditions qui font qu'une intégrale d'équation différentielle présente des infinis, des zéros ou d'autres éléments remarquables indépendants de la constante d'intégration.

Les équations linéaires et homogènes du second ordre, depuis Sturm et Liouville, ont été étudiées par des procédés calqués, autant que possible.

sur les procédés élémentaires correspondant au cas des coefficients constants, d'où les constructions *oscillantes* généralisant les constructions périodiques. Les équations intégrales peuvent naître ici mais on peut aussi se proposer de rester sur le terrain différentiel, ce que fait M. Petrovitch. Il termine, avec l'encadrement des courbes intégrales, par un procédé d'extension du théorème classique de la moyenne; il encadre aussi la courbe intégrale de l'équation de Riccati mise sous la forme $y' = \varphi\,(y-f)\,(y-g)$. Tout l'ensemble ainsi constitué est constamment maintenu très près des idées originelles. Raison, encore une fois, pour s'initier à celles-ci en se laissant guider par M. Petrovitch. A. BUHL (Toulouse).

Nicolas KRYLOFF. — **Les méthodes de solution approchée des Problèmes de la Physique mathématique** (Mémorial des Sciences mathématiques, dirigé par Henri Villat; fasc. XLIX). — Un fascicule gr. in-8° de 70 pages. Prix: 15 francs. Gauthier-Villars & Cie, Paris. 1931.

La Physique mathématique et la Physique théorique semblent poser trois grandes catégories de problèmes. La première a trait à la formation des équations, ce qui relève, au fond, ne nous lassons point de le répéter, des propriétés mêmes des intégrales multiples. La seconde a trait à l'intégration de ces équations; c'est dans ce domaine que dominent maintenant les méthodes de Fredholm et de M. Volterra. Nous n'avons point célé, en d'autres analyses bibliographiques, la préférence que certains auteurs accordaient à M. Volterra. Notons, avec la même impartialité, que M. Nicolas Kryloff est plutôt partisan de Fredholm. Quant à la troisième catégorie de problèmes, elle constitue un domaine surtout travaillé par Walter Ritz et par M. Kryloff lui-même; on s'y attache davantage aux expressions approchées, se rapportant à des possibilités de calculs numériques, qu'aux expressions formelles à construction analytique plus esthétique que pratique. Le dernier point de vue n'est d'ailleurs pas moins intéressant que les précédents. M. Jacques Hadamard en a donné un aperçu, en 1930, dans le tome second de son *Cours d'Analyse* et non sans éloges. Le présent fascicule permettra de s'initier, de plus près encore, à des théories que leur caractère maniable rend extrêmement dignes d'attention. Il s'agit surtout du procédé de l'algorithme variationnel; on étudie des suites minimantes, des intégrales, exprimant une orthogonalité fonctionnelle, inféodées d'abord à une certaine inégalité de Bouniakowski-Schwarz. Le plus intéressant est que les solutions approchées ainsi obtenues se construisent comme de véritables solutions, par des méthodes nouvelles qui, en fin de compte, peuvent concurrencer le Calcul des variations. Les idées de Ritz apparaissent, avec toute leur valeur, dans les démonstrations de convergence et même dans les appréciations d'erreurs commises jusqu'en une approximation d'ordre quelconque.

Avec les méthodes de différences finies, différentielles à la limite, on peut encore mieux saisir, sur le vif, les procédés majorants *de moindre majoration;* minimer la majoration est un concept essentiel d'où semblent naître tout un mécanisme variationnel, nouveau et profondément original, dont les progrès récents appartiennent surtout à MM. N. Bogoliouboff et N. Kryloff. Ces noms sont bien connus des lecteurs des *Comptes rendus*. Il fut également un temps où M. Kryloff publiait, dans les *Annales de la Faculté des Sciences de Toulouse*, d'admirables travaux que le marasme révolutionnaire ne