Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 32 (1933)

Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Buchbesprechung: Gilbert Ames Bliss. — Algebraic Functions (American Mathematica Society Colloquium Publications, Volume XVI). — Un vol. gr. in-8° de x-218 pages. Prix $ 3.00. Published by the American Mathematica Society. New-York. 1933.

Autor: Buhl, A.

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 15.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

maniables. Tout ceci n'empêche point l'élégance des formules, comme on peut s'en convaincre avec le théorème de Hugoniot-Hadamard (p. 10). Les formules de Green et de Stokes, l'intégrale de Gauss s'accommodent également fort bien des nouveaux principes.

D'ailleurs, dans la Théorie du potentiel, nous retrouvons les discontinuités fondamentales qui, avec un léger esprit d'extension, vont préparer celles de la théorie des ondes. Et ceci est si vrai que le Problème de Neumann (Ch. III) est traité avant celui de Dirichlet (Ch. IV); c'est le premier qui actuellement est générateur de bien des considérations ondulatoires.

Les domaines à faces planes facilitent de beaucoup certaines discussions où interviennent maintenant des équations intégrales; d'ailleurs, à y regarder de près, c'est cette domination des notions intégrales qui permet toutes précisions et tout véritable progrès. Enfin, bien qu'il soit délicat de se prononcer sur ce point, il semble que M. Gunther nous révèle, dans le Problème de Neumann, une plasticité supérieure à celle du problème de Dirichlet. Au premier se rattache aisément le Problème de Robin; de simples singularités polaires établissent le lien. Le problème de Dirichlet est plus tendu; ses diverses modalités, intérieures et extérieures, reposent sur des considérations singulières moins extensibles, du moins au premier abord. Il a cependant le beau rôle de conduire aux fonctions de Green qui n'ont nullement été dépouillées de leur élégance d'autrefois et, après lesquelles, la fonction de Neumann permet de reprendre le Problème de cet auteur. Si je ne me trompe, il y a bien, dans l'ouvrage, une sorte de point de vue dualistique d'où l'on compare, tour à tour, deux problèmes fondamentaux à la clarté de méthodes qui, plusieurs fois, semblent faire passer le maximum d'intérêt de l'un à l'autre. Finalement, les ondes, la propagation de la chaleur sont justiciables autant des fonctions de Green que de celles de Neumann. Et tout potentiel newtonien, sous des conditions de continuité extrêmement générales, est développable à l'aide de fonctions *universelles* étudiées par M. A. Korn.

Un Appendice revient sur d'épineux théorèmes qui furent travaillés non seulement par Liapounoff mais aussi par Stekloff dans une « Théorie générale des fonctions fondamentales » publiée aux *Annales de la Faculté des Sciences de Toulouse*. Nos *Annales*, vers le commencement du siècle, furent riches, en effet, en exposés de ce genre. Raison de plus pour nous féliciter de leur fécondité, celle-ci étant mieux qu'établie dans le livre subtil et profond dû à M. Gunther.

A. Buhl (Toulouse).

Gilbert Ames Bliss. — **Algebraic Functions** (American Mathematical Society Colloquium Publications, Volume XVI). — Un vol. gr. in-8° de x-218 pages. Prix $ 3.00. Published by the American Mathematical Society. New-York. 1933.

Ouvrage clair et concis que l'on parcourt avec aisance quand on connaît déjà le sujet et qui est également très à recommander aux néophytes. Comme je suis parmi les avertis, je puis dire que ce qui m'a le plus frappé, de ce point de vue, est le terrain perdu par le calcul qui, à vrai dire, n'a jamais été bien développé mais que certains auteurs ont parfois provoqué

justement pour ne point paraître exposer un sujet trop abstrait. En France, grâce à Paul Appell et à M. Edouard Goursat, grâce à M. Emile Picard, nous sommes riches depuis longtemps mais les ouvrages de ces grands savants ont été développés, par Fatou puis par M. Picard lui-même, dans les *Cahiers Julia*. Ici il semble que l'auteur ait surtout recherché le maximum de concision et qu'il l'ait véritablement obtenu.

Le plan de l'ouvrage, en cette matière, ne peut différer beaucoup d'un livre à l'autre. C'est d'abord le chapitre préliminaire relatif à l'uniformité sur un plan simple; il contient une remarquable démonstration du théorème de Cauchy sur contours rectangulaires décroissants.

Avec les fonctions algébriques quelconques, c'est tout de suite la surface de Riemann. Faut-il rappeler que cette admirable conception ne fut pas toujours comprise des successeurs de Riemann. Maintenant le triomphe est absolu; on ne sent même pas le besoin de chercher autre chose.

La simple logique indique d'étudier d'abord les fonctions rationnelles sur la surface; elles interviendront plus loin quant à la construction de l'élément différentiel des intégrales abéliennes mais elles ont bien leur intérêt propre. Ici peut apparaître la définition du *genre* et bientôt le célèbre théorème de Riemann-Roch *(a famous one)*. Considéré en lui-même, ce théorème ne semble avoir qu'un caractère énumératif limité; il restreint, il interdit certaines combinaisons d'ordres. Au fond il ordonne et géométrise. C'est parfaitement beau.

Vient ensuite la question de la connexion des surfaces de Riemann; quelle belle carrière encore, pour l'esprit d'ingéniosité, que la recherche des coupures rendant la surface simplement connexe. Cela a l'air de vivre et certaines figures rappellent des dessins biologiques avec fibres, canaux, agglomération de cellules. Cette impression s'accentue encore avec les intégrales de fonctions rationnelles et l'apparition des périodes.

Puis c'est le célèbre théorème d'Abel suivi d'applications élémentaires avant d'être définitivement établi dans toute sa généralité.

Une transformation birationnelle met en correspondance deux courbes algébriques alors qu'une transformation de Cremona se rapporte aux surfaces riemanniennes; ce n'est pas toujours équivalent, comme on le voit sur des exemples très simples. Ceci me remet en mémoire une opinion émise jadis par Paul Appell. Il ne conseillait pas une étude outrancière et isolée des courbes algébriques à un point de vue purement géométrique; pour bien comprendre la nature des choses, il fallait la surface de Riemann et les intégrales abéliennes attachées à la courbe. M. Bliss réalise à merveille ce programme. La réduction des singularités et finalement le problème de l'inversion sont suivis d'exemples dont le choix, en général, n'est pas aisé.

Mais les intégrales elliptiques et hyperelliptiques sont mises à contribution aussi bien que possible.

Les emprunts que l'auteur a faits aux œuvres du passé sont éclectiques. Ils commencent avec Abel et Riemann et n'oublient pas les illustres Français cités plus haut. Ils aiguillent aussi le lecteur vers des développements historiques tel le rapport de Hancock à la *British Association* (Toronto, 1897).

Les écoles italienne et anglaise voisinent aisément avec l'école allemande si bien qu'en un volume, en somme, fort mince, la théorie des fonctions algébriques se trouve actuellement mise au point avec un rare bonheur.

A. Buhl (Toulouse).