Luther Pfahler Eisenhart. Continuous Groups of Transformations. — Un volume gr. in-8° de x-302 pages, relié toile. Prix: S 4.00. Princeton University Press. 1933.

Autor(en): **Buhl, A.**

Objekttyp: **BookReview**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **32 (1933)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **05.06.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

LUTHER PFAHLER EISENHART. **Continuous Groups of Transformations.** — Un volume gr. in-8° de x-302 pages, relié toile. Prix: $ 4.00. Princeton University Press. 1933.

Remarquable ouvrage relativement élémentaire et très moderne. On connait — surtout sur ouï-dire ou pour l'avoir feuilleté en ne le pénétrant guère — le gros exposé, en trois volumes, de Lie et Engel; on a souvent souhaité en posséder quelque réduction, quelque refonte plus maniable et nous ne sommes point démunis à cet égard, comme le prouvent les réexpositions de Lie-Scheffers ou de Bianchi. Mais le livre maniable, partout substantiel et intéressant, resta longtemps à écrire et était impossible à écrire. Il n'est vraiment possible qu'avec les perfectionnements géométriques et analytiques issus des Théories d'Einstein et dus, outre Einstein lui-même, à Cartan, Schouten, Weyl, Levi-Civita, De Donder et quelques autres. L'espace de Riemann, ses particularisations, ses extensions étaient indispensables et ceci même fixe un point d'histoire. Sophus Lie n'a nullement méconnu ou oublié Riemann, mais, de préférence, il a discuté les idées géométriques de Helmholtz. Or, aujourd'hui, c'est Riemann qui prédomine de la manière la plus incontestable. Et lorsqu'on parcourt un aussi bel ouvrage que celui de M. Eisenhart on se prend à penser aux antieinsteiniens discutant parfois certaines bribes de bon sens avec une apparence pas trop déraisonnable; accordons leur qu'ils peuvent défendre ces bribes mais ce qu'ils ne pourraient faire ce serait de déduire de leurs raisonnements une œuvre d'art telle celle qui nous vient de l'Université de Princeton. Ce sont les idées qui peuvent engendrer de telles conséquences qui doivent être considérées comme étant les véritables idées scientifiques.

Voyons, de plus près, la division du livre en six chapitres. Le Chapitre I traite des théorèmes fondamentaux; il s'agit à la fois de généralités sur certains systèmes d'équations aux dérivées partielles et des trois théorèmes fondamentaux de Lie. La définition même du groupe est soigneusement précisée: 1° Le produit UV appartient à la même classe de transformations que ses facteurs U et V; 2° Les opérateurs U, V, ... sont associatifs; 3° Il existe un opérateur unitaire; 4° Les opérateurs U, V, ... ont chacun un inverse appartenant à leur ensemble. Si les conditions 1° et 2° sont seules réalisées, il y a *semi-groupe*. Cette distinction pourrait être poursuivie fort loin; elle situe le *groupe* avec une netteté particulière. Les équations de Maurer et les espaces de groupes, selon M. Elie Cartan, mettent déjà les constructions groupales générales dans la dépendance de systèmes d'équations différentielles ordinaires.

Ces aperçus sont développés, au Chapitre II, notamment avec les notions d'équations différentielles admettant des opérateurs linéaires, les groupes prolongés, les invariants différentiels.

Le Chapitre III traite des sous-groupes invariants et de la génération des groupes à partir de ces sous-groupes dont l'absence commence par engendrer le groupe *simple*. Suivent le groupe *dérivé* puis, avec plus d'intérêt encore, le groupe *intégrable* et sa chaîne de sous-groupes.

Le groupe adjoint, du Chapitre IV, est *linéaire* et possède même structure que le groupe initial auquel on peut l'associer. Au premier abord, on peut y voir une sorte d'image réduite de ce groupe initial, mais cela ne veut pas dire du tout que les questions dégénèrent avec lui. C'est du côté du groupe adjoint qu'il faut chercher la véritable origine de l'équation carac-

téristique et de toutes les théories matricielles qui jouent aujourd'hui un si grand rôle en Mécanique ondulatoire. Les *représentations* de groupes constituent notamment un immense progrès; on sait qu'elles sont constituées par des matrices dont les produits se disposent comme des successions de transformations groupales ; ces représentations ont considérablement augmenté la maniabilité de la Théorie des groupes. Par surcroît, l'analyse matricielle est d'une grande élégance.

Au Chapitre V, il est aisé maintenant de passer à la géométrie des espaces de Riemann, aux symboles appropriés, aux considérations géodésiques, bref à ce qui joue un si grand rôle dans les Théorie d'Einstein et se répète dans les espaces de groupes en tendant alors à réunir la première manière d'Einstein à sa théorie unitaire. Dans un ordre d'idées analogue, des considérations géométriques plus anciennes sont dues à Killing. Peut-être sont-elles d'une essence un peu moins simple que la géométrie riemannienne; quoi qu'il en soit, elles sont ici étudiées après celle-ci.

Le Chapitre VI traite des transformations de contact; malgré sa brièveté, on peut dire qu'il correspond au tome II de Lie-Engel. En l'un de ses points les plus remarquables, il revient sur les ondes avec les idées de M. Vessiot.

En résumé, ouvrage excellent, où je regrette un peu — rien n'est parfait — de ne pas trouver de citation concernant Henri Poincaré mais cependant livre de chevet pour les esprits férus de belle analyse comme pour ceux qui veulent travailler au bénéfice de la Physique théorique.

A. Buhl (Toulouse).

Félix Klein. — **Vorlesungen über die Hypergeometrische Funktion** herausgegeben und mit Anmerkungen versehen von Otto Haupt (Die Grundlehren der Mathematischen Wissenschaften in Einzeldarstellungen, Band XXXIX). — Un volume gr. in-8° de x-344 pages et 96 figures; broché, RM. 22, relié RM. 23,60. J. Springer, Berlin, 1933.

Je me souviens d'avoir étudié la charpente essentielle de ce volume il y a bien trente ans. Ce n'était alors, si ma mémoire ne me trahit pas, qu'une sorte de cahier autographié correspondant aux leçons professées à Göttingen en 1893-94. Refondues d'abord par Ernst Ritter, elles sont reprises maintenant, par M. Otto Haupt, annotées avec les conceptions analytiques modernes et donnent ainsi un magnifique tableau de propriétés exactes qui est probablement l'un des plus beaux monuments que l'on puisse élever à la gloire de la science mathématique telle qu'on l'entendait au siècle précédent. Mais que l'on ne déguise point ma pensée; je suis loin de dire que le monument est uniquement commémoratif et je souhaite, au contraire et très vivement, que les belles méthodes de Klein qui furent aussi celles de Poincaré, d'Appell et de M. Picard soient réétudiées en profitant de l'élégance et de la simplicité qui sont véritablement éclatantes en cette réédition.

Une première partie de l'ouvrage contient le développement de la théorie jusqu'aux travaux de Riemann inclusivement. On part de la série hypergéométrique elle-même et l'on vérifie qu'elle satisfait à une équation différentielle, linéaire et du second ordre, dont elle est solution particulière. Une intégrale hypergéométrique possède la même propriété. Gauss et Euler communient. Des généralisations de la série apparaissent sans peine. Vingt-quatre développements, dus à Kummer, proviennent de transforma-