Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 35 (1936)
Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: LES PROBLÈMES NON LINÉAIRES
Autor: Leray, Jean
Kapitel: HISTORIQUE ET BIBLIOGRAPHIE
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-27309

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 01.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

inconnues qui n'ont pas de raison physique d'exister ; il se trouve que ce sont les dérivées dont on ne réussit pas à établir l'existence.

Nommons un tel champ de vitesses: « solution turbulente des équations de Navier ». Une solution turbulente a la structure suivante: il existe sur l'axe des temps une série d'intervalles de régularité, durant lesquels cette solution constitue une solution régulière des équations de Navier, indéfiniment dérivable; l'ensemble complémentaire de l'axe des temps, qui constitue l'ensemble des irrégularités, est de mesure nulle; à ces époques d'irrégularités le champ des vitesses vérifie seulement une condition de continuité très large.

La théorie des équations aux dérivées partielles semble ainsi être appelée à devenir un champ d'applications de la *théorie des fonctions réelles.*

HISTORIQUE ET BIBLIOGRAPHIE

Chapitre I.

Tout ce que l'on sait actuellement sur le sujet que traite le premier chapitre est contenu dans les deux articles suivants:

LERAY-SCHAUDER, *Annales de l'Ecole normale*, t. 51, 1934, p. 45-63 (ch. I, II, III).

LERAY, *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences*, t. 200, 25 mars 1935, p. 1082.

Le premier théorème d'existence qui a réussi à résoudre une équation fonctionnelle pouvant admettre plusieurs solutions est celui « du point fixe »:

BIRKHOFF et KELLOG, *Transactions of the Amer. Math. Society*, t. 23 (1922).

SCHAUDER, *Studia mathematica*, t. 2, 1930, p. 170-179 (Satz II).

Ce théorème du point fixe n'est qu'un corollaire du théorème d'existence qu'expose le chapitre I de cette conférence.

J'ai signalé le premier que la démonstration d'un théorème d'existence pouvait être ramenée à la majoration de l'inconnue:

LERAY, Thèse, *Journal de Mathématiques*, t. 12, 1933, chap. I (p. 1-20).

M. SCHAUDER, le premier, découvrit que des théorèmes de Topologie combinatoire valent encore dans les espaces de Banach, quand on prend la précaution essentielle de substituer à la notion de transformation continue quelconque celle de transformation du type $x + \mathcal{F}(x)$ (où $\mathcal{F}(x)$ est complètement continue).

SCHAUDER, *Studia mathematica*, Invarianz des Gebietes in Funktionalräumen, t. 1, 1929 (p. 123-139).
Math. Annalen, t. 106, 1932 (p. 661-721).

La notion de degré topologique est due à

BROUWER, *Math. Annalen*, t. 71, 1912 (p. 97-106).

Mais cet auteur considère des transformations opérant sur des variétés fermées à n dimensions; l'emploi que, dans notre travail commun, M. Schauder et moi avons fait de cette notion, suppose essentiellement que la transformation envisagée est définie sur l'ensemble de fermeture d'un ensemble ouvert.

Chapitre II.

Les travaux fondamentaux et classiques sur les problèmes de Dirichlet non linéaires sont ceux de

E. PICARD, voir par exemple ses « Leçons sur quelques problèmes aux limites de la théorie des équations différentielles », rédigées par M. Brelot, *Cahiers scientifiques de M. Julia*, Gauthier-Villars, 1930.
S. BERNSTEIN, *Math. Annalen*, t. 69, 1910, p. 82-136. — *Annales de l'Ecole normale*, t. 27, 1910 (p. 233-256); t. 29, 1912, (p. 431-485).

M. GIRAUD a publié ces dernières années dans les *Annales de l'Ecole normale*, dans les *Comptes rendus de l'Académie* et dans les autres périodiques français, de nombreux et importants mémoires qui prolongent les recherches de MM. Picard et Bernstein.

MM. PICARD, BERNSTEIN et GIRAUD obtiennent leurs théorèmes d'existence par la méthode des approximations successives.

M. SCHAUDER, en s'appuyant sur des théorèmes de Topologie généralisés aux espaces abstraits, a établi des résultats que ne peut atteindre la méthode des approximations successives:

SCHAUDER, *Math. Zeitschrift*, t. 26, 1927. — *Studia mathematica*, t. 1, 1929. — *Math. Annalen*, t. 106, 1932 (p. 661-721). — *Comptes rendus de l'Académie*, t. 199, 26 déc. 1934.

L'affirmation du § 7, « résoudre le problème de Dirichlet, c'est savoir majorer l'inconnue », se trouve dans le travail déjà cité:

LERAY-SCHAUDER, *Annales de l'Ecole normale*, t. 51, 1934 (chap. IV et V).

Cette affirmation, qui s'appuie sur notre théorie des équations fonctionnelles, est une simplification notable des théorèmes dont M. S. Bernstein déduit ses théorèmes d'existence: cet auteur est conduit par ses méthodes à se restreindre aux cas où l'unicité de la solution est assurée; il fait des hypothèses superflues; par exemple, quand il résout l'équation quasi-linéaire sans second membre (4), il se trouve contraint à se limiter au cas où A, B, C dépendent de x, y, $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$ et sont indépendants de z.

Les majorations du § 8 se trouvent en principe dans *les pages* 119-124 du travail déjà cité:

S. BERNSTEIN, *Math. Annalen*, t. 69, 1910.

La majoration de la plus grande pente du plan tangent a été reprise par:

T. Radò, *Acta litt. ac scient.*, Szeged, t. 4, 1924-1936.
Von Neumann, *Abhandlungen des math. Seminares*, Hambourg, t. 8, 1931.

M. Schauder a repris la majoration des dérivées secondes en mettant bien en évidence que les six pages citées constituent la partie essentielle de la résolution de l'équation quasi-linéaire sans second membre:

Schauder, *Math. Zeitschrift*, t. 37, 1933, p. 623-634.

Voir, d'autre part, concernant les majorations des solutions d'équations du second ordre et du type elliptique:

H. Lewy, *Trans. of the American Math. Society*, t. 37, 1935.

Chapitre III.

Leray, Thèse, *Journal de Mathématiques*, t. 12, 1933, p. 1-82. — *Acta mathematica*, t. 63, p. 193-248 (1934). — *Journal de Mathématiques*, t. 13, 1934, p. 331-418. — *Comptes rendus de l'Académie*, t. 194, 30 mai 1932, p. 1893.

Ces quatre articles utilisent les travaux antérieurs de MM. Oseen et Odqvist:

Oseen, *Hydrodynamik*, Leipzig, 1927. — *Acta mathematica*, t. 34, 1911.
Odqvist, *Math. Zeitschrift*, t. 32, 1930.

CHRONIQUE

Le Jubilé de M. Jacques Hadamard.

La cérémonie du Jubilé scientifique de M. Jacques Hadamard, Membre de l'Institut, a eu lieu au Collège de France, le mardi 7 janvier 1936, sous la présidence de M. Mario Roustan, Ministre de l'Education nationale et de M. Fabry, Ministre de la Guerre, devant une nombreuse assistance composée d'anciens élèves, d'amis, de collègues et de savants français et étrangers.

Des discours furent prononcés en éloge du grand savant par MM. Bédier, Administrateur du Collège de France, Lebesgue, Professeur au Collège de France, le Général Hachette, commandant l'Ecole Polytechnique, MM. Guillet, Directeur de l'Ecole centrale des Arts et Manufactures, Emile Picard, Secrétaire perpétuel de l'Académie des Sciences, Vessiot, au nom de l'Association des