§ V

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **36 (1937)**

Heft 1-2: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **04.06.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

C'est donc un cas *historique* et pour le traiter il faut recourir aux équations intégro-différentielles qui forment un chapitre de l'analyse fonctionnelle (fig. 5).

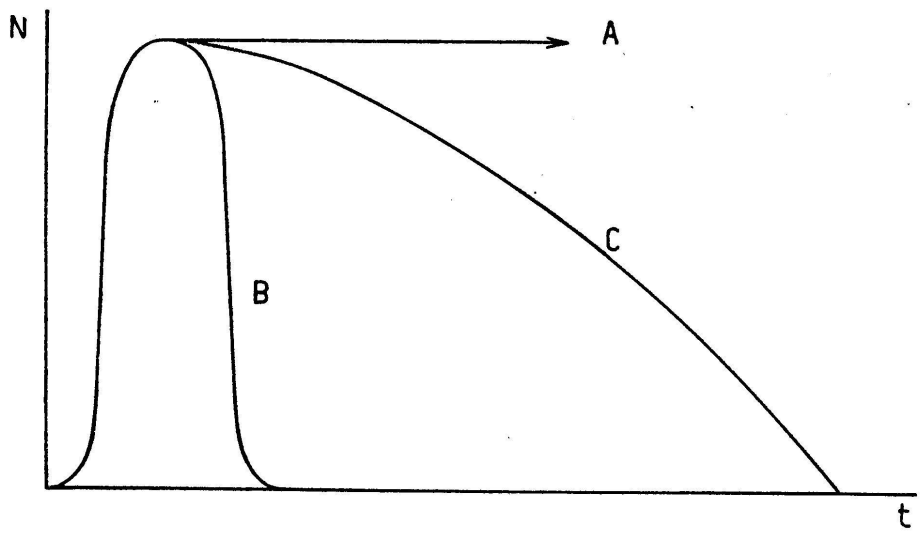

Fig. 5.
Courbes de croissance d'une population.
A. Courbe logistique. — B. Courbe de l'intoxication pure. — C. Courbe mixte de Pearl et de l'intoxication constante.

§ V

Mais laissons le cas d'une seule espèce et passons à celui de plusieurs espèces. A cause de leur action mutuelle les coefficients d'accroissement seront modifiés et on pourra en première approximation considérer ces modifications comme proportionnelles aux nombres des individus des différentes espèces. Or, si dans la lutte pour la vie les uns dévorent les autres, ces modifications seront avantageuses pour les espèces dévorantes et défavorables aux espèces dévorées.

Pour mettre effectivement en équation le problème, le plus simple est de recourir au *principe des rencontres*.

Soit N_r le nombre des individus de l'espèce r et N_s le nombre des individus de l'espèce s. Alors la probabilité qu'un individu de la première espèce rencontre un individu de la seconde espèce sera proportionnelle à

$$N_r N_s$$

et par suite on pourra exprimer par

$$m_{rs} N_r N_s$$

le nombre des rencontres qui auront lieu dans chaque unité de temps.

Supposons qu'à chaque rencontre soient détruits

$$p_{rs} \qquad (p_{rs} \leqq 1)$$

individus d'une des deux espèces, par exemple de la première. Dans ce cas il y en aura

$$p_{rs} m_{rs} N_r N_s$$

qui seront détruits dans l'unité de temps.

Ceci arrive à la première espèce. Comment pourra-t-on calculer la modification subie par la seconde espèce ? On peut faire un calcul très grossier de la manière suivante. Désignons par

$$\beta_1 , \beta_2 , \ldots \beta_n$$

les poids moyens des individus des n espèces et par $P_1, P_2, \ldots P_n$ les poids totaux de tous les individus appartenant à chaque espèce.

On aura évidemment

$$N_1 = \frac{P_1}{\beta_1} , \qquad N_2 = \frac{P_2}{\beta_2} , \ldots N_n = \frac{P_n}{\beta_n} .$$

Or si un individu de l'espèce r est dévoré par des individus de l'espèce s le poids P_r deviendra $P_r - \beta_r$ tandis que le poids P_s deviendra $P_s + \beta_r$; par suite les nombres des individus des deux espèces deviendront (cela d'une manière approchée, mais tout à fait grossière)

$$\frac{P_r}{\beta_r} - 1 , \quad \frac{P_s + \beta_r}{\beta_s} .$$

Donc, en restant toujours au point de vue approché, on pourra dire que, dans l'unité de temps, à cause des rencontres des individus de l'espèce r avec les individus de l'espèce s, on aura

une diminution des individus de l'espèce r donnée par $p_{rs} m_{rs} N_r N_s$ tandis qu'il y aura une augmentation des individus de l'espèce s donnée par $p_{rs} m_{rs} N_r N_s \frac{\beta_r}{\beta_s}$.

En posant $a_{rs} = p_{rs} m_{rs} \beta_r$, la diminution des individus de l'espèce r sera exprimée par $\frac{a_{rs}}{\beta_r} N_r N_s$ et l'augmentation des individus de l'espèce s par $\frac{a_{rs}}{\beta_s} N_r N_s$.

On pourra toujours parler d'augmentation en introduisant des nombres négatifs. Nous conviendrons donc de poser $a_{rs} = - a_{sr} > 0$. Dès lors les deux espèces r, s augmentent algébriquement dans l'unité de temps, en vertu de leurs rencontres, respectivement de $\frac{a_{sr}}{\beta_r} N_r N_s$ et de $\frac{a_{rs}}{\beta_s} N_r N_s$, où l'on admet qu'une augmentation négative soit une diminution.

On en déduit que les augmentations des deux espèces dans le temps dt seront

$$\frac{a_{sr}}{\beta_r} N_r N_s dt \ , \qquad \frac{a_{rs}}{\beta_s} N_r N_s dt \ .$$

On peut répéter le même raisonnement pour chaque couple. C'est pourquoi les nombres

$$\frac{1}{\beta_1}, \quad \frac{1}{\beta_2} \cdots \frac{1}{\beta_n}$$

seront pris comme *équivalents* des individus des différentes espèces. En effet, étant supposé que $\frac{1}{\beta_2}$ individus de l'espèce r peuvent se transformer en $\frac{1}{\beta_s}$ individus de l'espèce s nous avons admis que $\frac{1}{\beta_r}$ individus de l'espèce r sont équivalents à $\frac{1}{\beta_s}$ individus de l'espèce s.

Nous avons pris dans ce qui précède (et cela en nous basant sur un raisonnement très grossier) les valeurs inverses des poids moyens comme *équivalents* mais il nous suffira d'admettre l'existence d'*équivalents*, même s'ils ne sont pas les inverses des poids moyens, pour obtenir le résultat que nous venons d'exposer.