§ XII

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **36 (1937)**

Heft 1-2: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **25.05.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

Mais les calculs nécessaires sont compliqués, c'est pourquoi nous nous bornerons à n'en donner qu'une simple indication et une représentation graphique (fig. 7).

§ XII

Nous avons parlé, dans le cas d'une seule espèce, des modifications apportées à la loi de Malthus.

Si nous tenons compte de ce que l'augmentation de la population diminue la quantité disponible de nourriture, nous avons énoncé la loi de Verhulst-Pearl.

On peut examiner une question analogue lorsqu'on a une association de plusieurs espèces et que l'on suppose que le coefficient d'accroissement de chacune est affecté par le nombre des individus de cette espèce.

Il suffit pour cela d'ajouter dans le second membre de chacune des équations un terme contenant le carré de la population de l'espèce correspondante affecté d'un coefficient négatif. On constate alors que, s'il existe un état stationnaire, l'association tend vers cet état asymptotiquement ou au travers de fluctuations amorties. Mais on peut même étendre ces considérations et parvenir à une distinction essentielle des associations biologiques.

Remplaçons les équations (1) par

$$\frac{dN_r}{dt} = \left(\varepsilon_r - \sum_1^n{}_s\, p_{sr} N_s\right) N_r ,$$

où les p_{rs} sont des coefficients quelconques et considérons la forme quadratique

$$\sum_1^n{}_r \sum_1^n{}_s p_{sr} N_s N_r .$$

Dans le cas des équations (1) elle est identiquement nulle, mais d'ailleurs on pourrait supposer qu'elle ne le soit pas.

Dans le cas particulier qui a été examiné tout à l'heure, cette forme est définie positive. On peut démontrer qu'en général, si la

forme est définie et positive, l'association biologique est stable, c'est-à-dire que l'association ne peut pas s'épuiser et aucune des populations ne peut croître indéfiniment. En outre, s'il existe un état stationnaire, l'association biologique s'approchera indéfiniment de cet état.

D'après les définitions que nous avons données, la valeur de l'association biologique ou son énergie actuelle est donnée par

$$V = L = \sum_{1}^{n}{}_r \beta_r N_r .$$

Dans un temps infiniment petit, l'augmentation de cette valeur est constituée de deux parties

$$dV_1 = \sum_{1}^{n}{}_r \varepsilon_r \beta_r N_r dt , \qquad dV_2 = - \sum_{1}^{n}{}_r \sum_{1}^{n}{}_s p_{sr} N_s N_r dt .$$

La première est due aux causes constantes d'accroissement ou de diminution de chaque espèce. La seconde est due aux actions réciproques des individus des différentes espèces. Si celle-ci est nulle, l'association s'appellera *conservative*. Les associations biologiques conservatives sont justement celles que nous avons étudiées d'abord. Elles sont des êtres idéaux dont la nature s'approche. Si la forme fondamentale est définie et positive, les actions réciproques entre individus tendent à diminuer la valeur ou l'énergie actuelle de l'association. Nous dirons alors que l'association est *dissipative*.

La loi de la conservation de l'énergie démographique n'est plus vérifiée, car l'énergie totale diminue comme s'il existait un frottement interne au sein de l'association.

§ XIII

Ayant indiqué les conséquences des intégrales, nous allons établir d'autres principes qui nous rapprochent des théories classiques de la mécanique analytique.

Nous avons déjà annoncé l'existence d'un principe de minimum dont on aurait pu déduire toutes les lois de la lutte pour la vie.