Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 36 (1937)
Heft: 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: APPLICATIONS DES MATHÉMATIQUES A LA BIOLOGIE
Autor: Volterra, Vito
Kapitel: § XIV
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-28039

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 15.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Alors en introduisant la fonction

$$\Phi = \sum_{1}^{n}{}_r \beta_r X'_r \log X'_r + \frac{1}{2} Z + P$$

on peut mettre les équations fondamentales (3) sous la forme

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial \Phi}{\partial X'_r} - \frac{\partial \Phi}{\partial X_r} = 0 , \tag{6}$$

qui est la forme eulérienne des équations du calcul des variations.

L'importance de cette transformation consiste dans le fait qu'elle relie la question de la lutte pour la vie à un problème du calcul des variations.

§ XIV

Nous allons dire un mot en général au sujet de ce chapitre de l'analyse.

Le calcul différentiel est né du problème des maxima et minima des fonctions. Si une quantité variable est représentée par une fonction dérivable on trouvera ses maxima et ses minima en annulant sa dérivée. Mais il peut arriver que la dérivée s'annule sans que l'on ait à faire ni à un maximum ni à un minimum. On dit alors que la fonction est stationnaire.

C'est là le cas le plus simple, mais on peut avoir aussi à chercher des maxima ou des minima de quantités qui ne dépendent pas d'une ou de plusieurs variables, mais qui dépendent d'une courbe variable. C'est ainsi que se présente le problème de trouver la forme qu'il faut donner au profil d'un projectile pour qu'il rencontre la moindre résistance dans l'air, ou la forme qu'il faut donner à la courbe de descente d'un corps pesant pour que le temps de la chute soit un minimum. Le calcul qui traite de ces problèmes est le calcul des variations.

Or le problème général de la mécanique se réduit à un problème du calcul des variations. C'est Lagrange qui l'a vu d'une manière claire pour la première fois et le principe général correspondant a été formulé sous sa forme définitive par Hamilton, d'où son nom de *principe de Hamilton.*

Mais de même que dans le cas simple des maxima et des minima, où les équations qu'on trouve ne donnent pas toujours des maxima ou des minima, mais quelquefois des cas stationnaires, de même le principe de Hamilton correspond quelquefois à des cas stationnaires.

Dans le calcul des variations c'est une intégrale qui doit être rendue maximum ou minimum, ou en général stationnaire, et on cherche les conditions correspondantes que doivent satisfaire les fonctions figurant dans cette intégrale.

D'une manière analogue à ce que l'on a en Mécanique, dans le cas de la dynamique démographique, la question peut être reconduite à un problème de calcul des variations et de fait à annuler la variation de l'intégrale

$$U = \int_0^t \Phi \, dt \, .$$

Lorsqu'on parle d'annuler la variation de cette intégrale, on suppose que l'on fait varier infiniment peu les quantités de vie de manière à obtenir une variation nulle de cette intégrale. Cette proposition est démontrée par la forme eulérienne sous laquelle se présentent les équations (6).

Dans ces derniers temps on a toujours eu la tendance à ramener tous les problèmes qui se présentent dans la physique et plus spécialement dans la nouvelle physique au principe de Hamilton et nous voyons maintenant que même les lois démographiques appartiennent comme les autres lois de la philosophie naturelle à la même branche des mathématiques.

Je tiens à ajouter que le calcul des variations n'est que le premier chapitre de l'analyse fonctionnelle. Cette analyse embrasse donc, même à ce point de vue, une grande partie des sciences de la nature, s'étend jusqu'à la théorie des populations, à la lutte pour la vie et elle se relie aux problèmes de l'évolution et du transformisme.

§ XV

Toutes les conséquences que l'on tire en mécanique du principe de Hamilton peuvent être transportées dans le domaine de