Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 36 (1937)

Heft: 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: APPLICATIONS DES MATHÉMATIQUES A LA BIOLOGIE

Autor: Volterra, Vito

Kapitel: § XVI

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-28039

Cette circonstance ne doit pas nous surprendre parce que les principes généraux que nous venons de comparer, tout en ayant une apparence analogue, diffèrent entre eux à cause des fonctions qui expriment, d'un côté *l'action mécanique*, et d'un autre côté *l'action vitale*.

§ XVI

Nous avons parlé à plusieurs reprises de l'analyse fonctionnelle et nous avons montré l'existence de nombreuses liaisons entre les questions biologiques que nous avons traitées et cette analyse. Nous avons fait aussi allusion au fait que, dans les phénomènes vitaux, le passé a une influence prépondérante sur l'état actuel, si bien que celui-ci dépend d'une infinité de variables: celles qui caractérisent les états passés, et c'est justement le domaine de l'analyse fonctionnelle, que celui où l'on envisage des quantités variables dépendant d'une infinité d'autres variables.

L'étude approfondie du problème de la lutte pour la vie conduit directement à ce genre de questions. En effet, l'accroissement d'une espèce ne dépend pas seulement de sa nourriture actuelle mais elle dépend aussi de son alimentation au temps passé.

Si l'on veut tenir compte de cette circonstance capitale il faut modifier les équations fondamentales. Pour simplifier, rapportons-nous au cas de deux espèces dont l'une dévore l'autre. Le coefficient d'accroissement de l'espèce dévorante ne doit alors pas être affecté du terme $\gamma_2 N_1$ qui ne dépend que de l'état actuel de l'espèce dévorée, mais doit être affecté d'un terme dépendant des valeurs de la population de l'espèce dévorée dans tous les instants précédents.

Si on suppose une dépendance linéaire, il faut donc remplacer le terme $\gamma_2 N_1$ par un terme de la forme

$$\int_{-\infty}^{t} F(t-\tau) N_2(\tau)\, dt$$

et les deux équations des fluctuations [voir équation (2)] s'écriront

$$\frac{dN_1}{dt} = N_1(t)\left(\varepsilon_1 - \gamma_1 N_2(t)\right) ,$$

$$\frac{dN_2}{dt} = N_2(t)\left(-\varepsilon_2 + \int_{-\infty}^{t} F(t-\tau)\, N_1(\tau)\, dt\right) .$$

Par symétrie analytique, on peut les mettre sous la forme

$$\frac{dN_1}{dt} = N_1(t)\left(\varepsilon_1 - \gamma_1 N_2(t) - \int_0^t F_1(t-\tau)\, N_2(\tau)\, d\tau\right)$$

$$\frac{dN_2}{dt} = N_2(t)\left(-\varepsilon_2 + \gamma_2 N_1(t) + \int_0^t F_2(t-\tau)\, N_1(\tau)\, d\tau\right) .$$

Une analyse très délicate appliquée à ces équations permet de retrouver les lois des fluctuations même dans ce cas historique. La première loi s'énonce toujours: il y a un état stationnaire autour duquel les populations des deux espèces oscillent indéfiniment. La seconde loi aussi ne change pas, ni la troisième. Ce qui change, c'est le fait que la périodicité des fluctuations, reconnue dans le cas de deux espèces, disparaît.

§ XVII

Nous avons donné un très court aperçu des calculs mathématiques liés à la lutte pour la vie et aux fluctuations des populations qui en dépendent. Mais nous n'avons pas pu toucher aux rapports existants entre ces études et d'autres recherches scientifiques. Il y a, par exemple, une branche de la zoologie appliquée qui s'occupe de la destruction des animaux nuisibles à l'agriculture. On réalise souvent cette lutte en introduisant d'autres animaux parmi les animaux à détruire. Nous n'avons pu dire qu'un mot à ce sujet dans cette conférence, mais nous tenons à ajouter que la lutte biologique a rendu nécessaire la création de nouveaux laboratoires et l'organisation des terrains d'expériences pour les essais nécessaires. Les résultats obtenus sont