Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 36 (1937)

Heft: 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Buchbesprechung: Joseph Miller Thomas. — Differential Systems (American Mathematical Society Colloquium Publications. Volume XXI). — Un volume gr. in-8° de x-120 pages, relié. Prix: $2.00. American mathematical Society. New-York. 1937.

Autor: Buhl, A.

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 11.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Rappelons encore que les *coordonnées kleinéennes* d'une droite quelconque sont au nombre de six et qu'elles sont liées par la relation

$$\pi_1^2 + \pi_2^2 + \pi_3^2 + \pi_4^2 + \pi_5^2 + \pi_6^2 = 0 \ .$$

C'est une hypersphère à six dimensions, de rayon nul, sur laquelle il est loisible d'interpréter la géométrie de la droite. Les complexes peuvent former des faisceaux; le lieu de leurs axes conduit au *conoïde de Plücker* ou *cylindroïde*. La surface réglée du troisième ordre peut dégénérer en *surface de Cayley ; la surface de Kummer* est une surface du quatrième ordre aussi riche que possible en singularités isolées.

Le complexe tétraédral, ou complexe de Reye, est celui des droites perçant les faces d'un tétraèdre en quatre points de rapport anharmonique constant. Cette définition est remarquable à cause des très nombreuses transformations qu'on peut lui faire subir; ceci d'autant plus qu'il existe maintenant toute une géométrie du tétraèdre.

Mais laissons les homographies et les corrélations de la Géométrie projective proprement dite. Il est naturel de faire succéder à celle-ci une géométrie dont l'élément est la sphère, car une sphère, comme une droite, se détermine par quatre conditions. De cette remarque il n'y a qu'un pas à faire pour atteindre la transformation de Lie qui change les droites en sphères. Le monde des sphères connaît de merveilleuses configurations à étudier en coordonnées pentasphériques; on aborde le monde *conforme*. Les substitutions orthogonales, en coordonnées pentasphériques, conduisent aux transformations de contact conservant les lignes de courbure; au fond de tout ceci, il n'y a que rotations, homothéties, inversions, mais voilà qui suffit aux homographies complexes dont les groupes fuchsiens et kleinéens sont des cas particuliers.

Nous ne pouvons détailler davantage. La fin du livre est d'une magnifique esthétique, grâce à des développements matriciels explicites, ayant une signification immédiate qu'on trouve rarement en Physique théorique. Cette fin est évocatrice des plus grands souvenirs qui s'attachent au nom de Gaston Darboux.

A. Buhl (Toulouse).

Joseph Miller Thomas. — **Differential Systems** (American Mathematical Society Colloquium Publications. Volume XXI). — Un volume gr. in-8° de x-120 pages, relié. Prix: $2.00. American mathematical Society. New-York. 1937.

Cet ouvrage traite des systèmes différentiels à un point de vue qui fut surtout celui du géomètre français Riquier inspiré par des idées préliminaires, fécondes, quoique pas toujours exactes, dues à Méray. Mais, de toutes façons, le sujet était prodigieux; il est de ceux qui font le plus grand honneur à la Science française. Il a été poursuivi, en France même, par M. Janet.

Il s'agit, on le sait, d'étendre, aux systèmes différentiels, les propriétés des systèmes algébriques et ce en conservant des conceptions plutôt algébriques et formelles qu'en adoptant des conceptions analytiques. Non seulement la chose est possible mais elle peut même s'étendre, après coup, à des systèmes fonctionnels généralisant ceux à constitution simplement algébrique et différentielle. Une telle théorie a une valeur d'autant plus indéniable que cette valeur progresse avec les progrès de l'Algèbre;

c'est ainsi que l'auteur a pu s'inspirer de la *Moderne Algebra* (1930-31) de B.-L. van der Waerden. Il y a là, en effet, un ouvrage fondamental auquel on ne saurait trop rendre hommage. Mais, ceci dit, nous remarquerons aussi, avec le plus grand plaisir, qu'un ouvrage anglais sait mieux rendre hommage aux savants français que nombre d'ouvrages allemands.

Ici la liaison est établie avec les travaux d'Edouard Goursat et de M. Elie Cartan. Et cela peut se faire en partant de Pfaff et de Grassmann; les algorithmes de ces derniers dépassaient, de beaucoup, le domaine analytique et visaient un monde formel qui pouvait aussi être physique. L'Ausdehnungslehre, les formes de Pfaff pouvaient constituer un terrain d'accès au Calcul différentiel absolu et à la Gravifique; il en est de même, en principe, vis-à-vis de tout ce qui se peut résoudre en notations relatives à des transformations opératorielles concernant l'étendue, ce dernier mot signifiant, aussi bien, étendue des domaines fonctionnels.

De telles généralités ont parfois le défaut de paraître par trop au-dessus des applications; l'auteur a songé à celles-ci à la fin de son livre, en montrant qu'il pouvait revenir vers les transformations des intégrales multiples c'est-à-dire à la multiplication extérieure, toutes bien suffisantes, pourrions-nous ajouter, pour parvenir aux équations de Maxwell et à la Gravifique. Aussi serait-ce encore un beau sujet d'études que de reprendre les généralités exposées pour les restreindre en vue de questions plus élémentaires déjà développées par des méthodes isolées. Et la brièveté de l'œuvre générale est faite pour tenter les chercheurs. A. Buhl (Toulouse).

Tibor Radó. — **Subharmonic Functions** (Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete herausgegeben von der Schrifleitung des « Zentralblatt für Mathematik ». Fünfter Band). — Un fascicule gr. in-8° de VI-56 pages. Prix: RM. 6.60. Julius Springer, Berlin. 1937.

Encore un sujet que certains pourraient croire nouveau. Il a cependant une intéressante histoire où interviennent les noms de F. Riesz, H. Poincaré, Perron, Remak, Hartogs, Nevanlinna. Pour nous, rappelons qu'il y a trois ans, nous avons analysé ici (**33,** 1934, p. 116) une *Etude des Fonctions sousharmoniques au voisinage d'un point* due à M. Marcel Brelot, auteur d'ailleurs abondamment cité par M. Tibor Radó.

Il est assez malaisé de résumer, en quelques lignes, les idées essentielles de l'exposé, à cause de nombreuses délicatesses inégalitaires qui ne s'abrègent pas. On peut, comme le fait l'auteur au début de sa Préface, partir d'un tracé curviligne convexe qui, par définition, sera toujours sous un tracé rectiligne et sera dit alors *sous-linéaire*. De même que le tracé sous-linéaire est sous le segment *rectiligne* ou *linéaire*, la fonction sousharmonique est sous la fonction harmonique avec possibilité d'en approcher surtout par propriétés intégrales.

Mais, en dehors de propriétés d'approximation déjà très importantes, il y a de nombreuses propriétés exactes qui sont de nature sousharmonique. Ainsi certains potentiels, correspondant à des distributions de masses négatives, sont sousharmoniques. Les surfaces minima et d'autres, à courbure négative, relèvent de la sousharmonicité. Et même, il y a toute une représentation sousharmonique qui généralise la Théorie du potentiel newtonien. Ceci nous rappelle un excellent ouvrage, dû à Oliver Dimon Kellogg, encore analysé dans cette Revue (**28,** 1929, p. 334), ouvrage dont