

5. — La courbe de l'Hôpital.

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **36 (1937)**

Heft 1-2: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **25.05.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*

ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

Quant à ϖ , distance de O à la tangente courante, cette fonction de φ a pour expression :

$$\varpi = -\cos \varphi \int \frac{1}{(a + \sin \varphi)^2} \cdot \frac{d\varphi}{\cos^2 \varphi}.$$

Ainsi que l'avaient indiqué Bernoulli et reconnu DE L'HÔPITAL, la courbe s'étudie soit au moyen des fonctions trigonométriques, soit au moyen de la fonction logarithmique. Deux formes distinctes en découlent pour la courbe, qui est soit un ovale, soit une courbe à branches paraboliques. La courbe algébrique de L'HÔPITAL est intermédiaire entre les deux types de courbes transcendantes.

5. — LA COURBE DE L'HÔPITAL.

Dans un précédent article¹ sur diverses courbes algébriques, j'ai mentionné cette intéressante courbe unicursale du cinquième degré, qui est une courbe de direction. Ses équations, à un facteur près de similitude, sont

$$\begin{aligned} x &= 2\left(u - \frac{u^5}{5}\right), \quad y = -(1 + u^2)^2 < 0, \\ s &= 2u + \frac{4}{3}u^3 + \frac{2}{5}u^5. \\ \rho &= (1 + u^2)^3, \quad \rho = |y|^{\frac{3}{2}}. \end{aligned}$$

Les équations respectives de la tangente et de la normale au point courant sont :

$$\begin{aligned} 2uX + (1 - u^2)Y &= \frac{u^6}{5} + u^4 + 3u^2 - 1; \\ (1 - u^2)X - 2uY &= 2u\left(\frac{1}{5}u^6 + \frac{4}{5}u^4 + u^2 + 2\right). \end{aligned}$$

La courbe a la forme d'un folium, sans asymptote. Elle admet un point double sur l'axe de symétrie Oy , $x = 0$,

¹ Notes sur des courbes spéciales algébriques. *Anais da Faculdade de Ciencias do Porto*, t. XX, 1936.

$y = -2(3 + \sqrt{5}) = -10,47$; ainsi qu'un point isolé intérieur à la courbe: $x = 0, y = -2(3 - \sqrt{5}) = -1,528$.

Elle admet un foyer $F(x = 0, y = -\frac{8}{5})$ auquel est associée la directrice Ox . L'équation focale entre le rayon vecteur $r = FM$ du foyer et la distance D du point M à la directrice est:

$$25r^2 = D^2(4\sqrt{D} + 5) .$$

D'où résulte l'équation de la courbe:

$$(25x^2 + 20y^2 + 80y + 64)^2 + 16y^5 = 0 .$$

En introduisant l'angle α d'inclinaison de la tangente au point courant sur l'horizontale

$$u = -\tan \frac{\alpha}{2} ,$$

l'expression de la courbure devient:

$$\frac{1}{\rho} = \cos^6 \frac{\alpha}{2} .$$

La développée est représentée par les équations:

$$\xi = -4u^3 \left(1 + \frac{3}{5}u^2\right) ,$$

$$\eta = u^6 - 3u^2 - 2 = (u^2 + 1)^2(u^2 - 2) ;$$

le rayon ρ' de courbure de la développée a pour expression:

$$\begin{aligned}\rho' &= 3u(u^2 + 1)^3 \\ &= 3\tan \frac{\alpha}{2} \times \frac{1}{\cos^6 \frac{\alpha}{2}} .\end{aligned}$$

6. — MOUVEMENT D'UN POINT PESANT SUR LA COURBE DE L'HÔPITAL.

Soit v_0 la vitesse au sommet de la courbe. Posons

$$v_0^2 = 2gh , \quad h > 0 .$$