Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 36 (1937)

Heft: 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: SUR LES DIVISIONS SEMBLABLES TRACÉES SUR LES CÔTÉS D'UN TRIANGLE

Autor: Marchay, R.

Kapitel: II. — Droites de Simson sous un angle quelconque.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-28036

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 01.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

3. — Il y a trois systèmes de positions L.M.N., en ligne droite, deux sont en général à distance finie, nous les désignerons par Δ_1 et Δ_2; la troisième est la droite de l'infini. Si le cercle Γ correspondant coupe les côtés en trois autres points à distance finie, ces points sont en ligne droite, et nous dirons que le système est *convergent*. Dans le cas contraire, nous dirons qu'il est *divergent*.

Avant de passer à l'étude des systèmes convergents, nous examinerons quelques propriétés des droites de Simson généralisées.

II. — Droites de Simson sous un angle quelconque.

4. — Les projections sous l'angle φ d'un point du plan d'un triangle sur les côtés et les projections $(\pi - \varphi)$ de son inverse, sont sur une même circonférence. Si l'inverse est à l'infini, ce cercle devient la droite de Simson, sous l'angle φ du point donné. Le lieu des points qui ont des droites de Simson sous un angle quelconque est le cercle circonscrit (*J. de Vuibert*, 37me année, p. 45).

5. — Les points dont les droites de Simson (φ) passent par un point Q sont sur une hyberbole passant par Q, par un sommet A, et, admettant pour directions asymptotiques, celles des projetantes (φ) sur les côtés B.A. et C.A.

Cette conique coupe le cercle circonscrit en trois autres points. *Donc la condition de convergence des droites de Simson* (φ) *de trois points* S, S_2, S_3, *est que* S_2, S_3 *soit antiparallèle à* A.S. *par rapport à l'angle* B.A.C., *dévié de l'angle* $(-\varphi)$.

6. — Soient, s, s_2, s_3, α les distances angulaires dirigées de S, S_2, S_3, A, à A par rapport au centre O du cercle circonscrit. A′ étant l'extrémité de la corde AA′ parallèle à B.C. — Par A, je mène la corde AS_1' parallèle à S_2, S_3; ou a, le rayon étant pris pour unité, $\widehat{S_2S_1} = s_3$.

La condition de convergence est alors que AS_1 et AS, soient antiparallèles, etc... C'est-à-dire que l'on ait

$$\widehat{S_1B} - \varphi = \varphi - \widehat{S_1'C}$$

d'où

$$\widehat{S_1B} - \widehat{CS_1'} = 2\varphi\ , \qquad \widehat{S_1B} - \widehat{CS_2} - \widehat{S_2S_1'} = 2\varphi$$

$$2\varphi = -\widehat{BA} - AS_1 - \widehat{CS_3} - \widehat{S_2S_1'} = -\widehat{BA} - s_1 + \widehat{S_2A} + \widehat{AC} - s_3$$

$$= -\widehat{BA} + \widehat{AC} - s_1 - s_2 - s_3$$

et

$$s_1 + s_2 + s_3 + 2\varphi = \widehat{AB} + \widehat{BA'} = \widehat{AA'} = \alpha$$

$$s_1 + s_2 + s_3 + 2\varphi - \alpha = 0\ .$$

Résultat qui généralise la formule donnée par M. Boulanger (*N.A.*, 1919, p. 22).

III. — Systèmes convergents.

7. — Soient l, m, n, des constantes proportionnelles aux éléments homologues des trois divisions du n° I.

Si l'on a

$$al + bm + cn = 0\ , \tag{1}$$

il existe toujours, en vertu du théorème des projections, une droite D et un angle φ, tels que les projections (φ) sur les côtés, d'un point S de cette droite, déterminent les trois divisions proposées.

S, S_2, étant les intersections de D avec le cercle circonscrit, les droites Δ_1, Δ_2 du système sont les droites de Simson (φ) de ces points.

Si S se transporte à l'infini, en vertu du n° II-4, le cercle de rayon infini correspondant, se compose de la droite de l'infini et de la droite de Simson ($\pi - \varphi$) d'un point S_3 tel que AS_3 soit antiparallèle à D par rapport à l'angle B.A.C.

Désignons par δ cette droite de Simson. On voit qu'elle est la même, que S s'éloigne indéfiniment dans un sens ou dans l'autre.

L'équation (1) *constitue donc une condition suffisante de convergence du système.*