Elie Cartan. — La Théorie des Groupes finis et continus et la Géométrie différentielle traitées par la Méthode du Repère mobile. Leçons professées à la Sorbonne et rédigées par Jean Leray (Cahiers scientifiques. Direction G. Julia. Fascicule XVIII). — U...

Autor(en): **Buhl, A.**

Objekttyp: **BookReview**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **37 (1938)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **05.06.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

BIBLIOGRAPHIE

Paul APPELL. — **Analyse mathématique.** Cours de Mathématiques générales à l'usage des Candidats au Certificat de Mathématiques générales et aux Grandes Ecoles. D'après les Cours professés à l'Ecole Centrale et à la Sorbonne. Cinquième édition, entièrement refondue par Georges VALIRON. Tome I. Analyse des Courbes. Surfaces et Fonctions usuelles. Intégrales simples. — Un volume in-8° de VIII-396 pages et 145 figures. Prix: 100 francs. Gauthier-Villars, Paris, 1937.

Il n'est pas besoin de signaler longuement ce Traité d'Analyse élémentaire devenu Cours de Mathématiques générales, Traité ou Cours en lequel Paul Appell vit toujours. Il a fallu que ce grand savant fut un bien prestigieux professeur pour que, maintenant encore, il y ait intérêt à conserver l'allure globale de son enseignement. Mais ce prestige est encore chose si connue qu'il est inutile d'insister. Rappelons, si ce n'est encore superflu, que les Cours de Mathématiques générales ont été créés, dans toutes les Universités françaises, sur l'initiative de Paul Appell et qu'il fut le premier à donner cet enseignement à la Sorbonne voici environ trente-cinq ans. Le besoin en était tel qu'il fallut, lors des premières leçons, déménager d'amphithéâtres en amphithéâtres, sans arriver à en trouver un qui fut suffisamment grand pour éviter des auditeurs prenant des notes debout dans des coins. Un tel succès a persisté depuis. Les éditions se sont suivies. Voici la cinquième qui semble devoir se partager en deux volumes au moins. Que pourrait-on ajouter pour prôner l'excellence de la conception.

On peut toutefois se demander ce que nous devons ici à M. Georges Valiron. D'abord il semble qu'il ait incorporé à l'ouvrage des notions et notations vectorielles empruntées au *Traité de Mécanique* de Paul Appell. Il a développé, de plus, la Géométrie analytique. Les exemples calculés semblent aussi avoir augmenté en nombre. Quoiqu'il en soit, il y en a beaucoup, si bien que le texte est tantôt celui d'un Traité, tantôt celui d'un Recueil d'exercices. Les élèves des Facultés et des Lycées y trouveront certainement un merveilleux instrument de travail mais le travailleur solitaire ne sera pas moins avantagé. Que de fois Paul Appell s'est préoccupé de celui-là.

A. BUHL (Toulouse).

Elie CARTAN. — **La Théorie des Groupes finis et continus et la Géométrie différentielle traitées par la Méthode du Repère mobile.** Leçons professées à la Sorbonne et rédigées par Jean Leray (Cahiers scientifiques. Direction G. Julia. Fascicule XVIII). — Un volume gr. in-8° de VI-272 pages. Prix: 100 francs. Gauthier-Villars, Paris, 1937.

C'est avec un plaisir aussi intense qu'émerveillé que l'on parcourt ces Leçons que M. Elie Cartan a peut-être faites sous une forme un peu plus

brève mais que M. Jean Leray a développées en auditeur consciencieux voulant se prouver à lui-même que tout était facilement compréhensible, que tout faisait image.

Il est banal de répéter que les idées simples viennent rarement les premières et que les grandes théories scientifiques, à lumineux avenir, ont généralement commencé sous des formes abstruses. Mais, s'il est une théorie qui vérifie cette dernière assertion, c'est bien celle des groupes de Sophus Lie. Aujourd'hui tout est clair et les points de départ semblent tout ce qu'il y a de simple et de naturel. On peut partir des formules stokiennes

$$\int_C P_l^s \, dx_l = \int\int_S \begin{vmatrix} \dfrac{\partial}{\partial x_i} & \dfrac{\partial}{\partial x_j} \\ P_i^s & P_j^s \end{vmatrix} dx_i \, dx_j$$

où il y a n variables x_l et n indices s. Il est alors indiqué de se demander s'il est bien toujours nécessaire d'avoir, sous l'intégrale double, une forme différentielle bilinéaire spéciale; au moins dans des cas à préciser, ne pourrait-on s'arranger à exprimer toute la formule rien qu'avec les formes linéaires

$$\pi^s = P_l^s \, dx_l$$

du premier membre ? Ainsi, on devrait avoir

$$\int_C P_l^s \, dx_l = c_{nm}^s \int\int_S (P_j^m \, dx_j)(P_k^n \, dx_k) \ ,$$

les c à trois indices étant des constantes à déterminer. La comparaison des deux intégrales doubles donne immédiatement le fameux système de Maurer-Cartan

$$[\pi^s]' + c_{mn}^s [\pi^m \pi^n] = 0 \ ,$$

écrit ainsi avec les notations abrégées de la multiplication extérieure, et les non moins fameuses relations structurales

$$c_{ij}^s + c_{ji}^s = 0 \ , \qquad c_{si}^m c_{jk}^s + c_{sj}^m c_{ki}^s + c_{sk}^m c_{ij}^s = 0 \ .$$

Or le système de Maurer-Cartan généralise le système fondamental que Gaston Darboux mit à la base de sa théorie du trièdre mobile. Première façon d'atteindre et de généraliser la géométrie telle que l'entendait Darboux. Il y en a une autre. Le déterminant symbolique qui figure, ci-dessus, dans la formule stokienne, peut supporter la substitution de nouveaux symboles D aux symboles de dérivation ∂. On arrive ainsi aux *dérivées covariantes* non permutables qui, de ce fait, donnent naissance à des symboles à quatre indices trahissant la courbure d'un espace de Riemann. Et comme un espace de Riemann à deux dimensions est une surface ordinaire on parvient à nouveau à la géométrie différentielle tangible puis à ses hyperformes.

Telles sont, il me semble, les *conclusions* qui se dégagent de l'exposé de M. Elie Cartan mais au lieu d'aller à ces conclusions, comme je viens de le

faire, par une voie où tout est condensé à l'extrême, l'illustre géomètre a préféré le détail préparateur et l'élégance initiatrice des aperçus géométriques proprement dits.

Il n'en subsiste pas moins que les transformations infinitésimales, si importantes dans l'œuvre de Lie, sont maintenant choses de second plan. La théorie *différentielle* de ces transformations est avantageusement remplacée par la théorie des formes de Pfaff telles que π^s, théorie *intégrale* puisque lesdites formes sont toujours à placer mentalement sous des symboles d'intégration. Ceci est conforme à la marche générale de la Science, les points de vue différentiels s'effaçant, de plus en plus, devant les points de vue intégraux.

Une autre caractéristique de l'ouvrage est le recours aux constructions singulières, généralement imaginaires, qui s'insèrent dans le réel pour le mieux ordonner. Telle est la théorie des courbes minima, courbes pour lesquelles le recours au trièdre de Frenet perd toute signification. Les tangentes sont isotropes, les *ds* sont nuls et cependant il y a une courbure fonction arbitraire d'un pseudo-arc. Et ce qui paraît virtuel, sur une courbe minima, peut donner des procédés analytiques constructifs dans le cas des surfaces minima. C'est le cas de la microstructure isotrope qui éclaire la théorie d'une propagation lumineuse réelle. Ces réflexions ne donnent qu'une idée bien faible du caractère esthétique du livre. Répétons que la notation symbolique puissante mais abstraite ne domine pas seule. Tous les faits géométriques qu'elle tend souvent à dissimuler sont, au contraire, utilisés avec un art qui n'implique plus la notion d'effort. N'est-il pas prodigieux que les théories de Lie en soient là maintenant ?

A. Buhl (Toulouse).

Léon Brillouin. — **Les Tenseurs en Mécanique et en Elasticité.** Cours de Physique théorique. — Un volume gr. in-8° de 372 pages avec nombreuses figures. Prix: 120 francs. Masson & Cie, Paris, 1938.

Bel ouvrage qui servira une grande cause. Nous a-t-on assez dit que les théories relativistes et tensorielles n'étaient que des constructions mathématiques dont le physicien n'avait que faire. Bien plus, je pourrais citer des physiciens qui enseignent encore qu'on ne doit pas avoir recours à ces constructions dans un domaine véritablement physique ! M. Léon Brillouin écrit le présent livre pour que le physicien s'arme des méthodes nouvelles qui d'ailleurs commencent à dater. Le Calcul tensoriel, ou Calcul différentiel absolu, date de Riemann, Christoffel, Voigt, Bianchi, Ricci et Levi-Civita. Il doit des perfectionnements merveilleux à M. Elie Cartan. La Théorie des surfaces ne peut plus s'en passer, la cristallographie, la simple mécanique, l'élasticité, la thermodynamique des solides l'exigent impérieusement. Nous n'avons jamais manqué, ici, de dire toute notre admiration pour l'œuvre d'Albert Einstein et cependant c'est un fait qu'il n'y a pas de calcul einsteinien. Einstein a seulement eu recours à des théories métriques et nous a montré comment on pouvait en faire surgir des lois physiques. Tel est le beau thème qui est repris par M. Léon Brillouin. Disons tout de suite que ce thème est étendu, au delà de l'équation de D'Alembert, vers la Mécanique ondulatoire. Et il semble qu'il y ait là un lot de grandes idées, lot bien suffisant pour présenter dignement l'ouvrage. Détaillons cependant un peu plus et considérons notamment les titres des douze chapitres: