Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 37 (1938)

Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Buchbesprechung: Léon Brillouin. — Les Tenseurs en Mécanique et en Elasticité. Cours de Physique théorique. — Un volume gr. in-8° de 372 pages avec nombreuses figures. Prix: 120 francs. Masson & Cie, Paris, 1938.

Autor: Buhl, A.

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 13.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

faire, par une voie où tout est condensé à l'extrême, l'illustre géomètre a préféré le détail préparateur et l'élégance initiatrice des aperçus géométriques proprement dits.

Il n'en subsiste pas moins que les transformations infinitésimales, si importantes dans l'œuvre de Lie, sont maintenant choses de second plan. La théorie *différentielle* de ces transformations est avantageusement remplacée par la théorie des formes de Pfaff telles que π^s, théorie *intégrale* puisque lesdites formes sont toujours à placer mentalement sous des symboles d'intégration. Ceci est conforme à la marche générale de la Science, les points de vue différentiels s'effaçant, de plus en plus, devant les points de vue intégraux.

Une autre caractéristique de l'ouvrage est le recours aux constructions singulières, généralement imaginaires, qui s'insèrent dans le réel pour le mieux ordonner. Telle est la théorie des courbes minima, courbes pour lesquelles le recours au trièdre de Frenet perd toute signification. Les tangentes sont isotropes, les *ds* sont nuls et cependant il y a une courbure fonction arbitraire d'un pseudo-arc. Et ce qui paraît virtuel, sur une courbe minima, peut donner des procédés analytiques constructifs dans le cas des surfaces minima. C'est le cas de la microstructure isotrope qui éclaire la théorie d'une propagation lumineuse réelle. Ces réflexions ne donnent qu'une idée bien faible du caractère esthétique du livre. Répétons que la notation symbolique puissante mais abstraite ne domine pas seule. Tous les faits géométriques qu'elle tend souvent à dissimuler sont, au contraire, utilisés avec un art qui n'implique plus la notion d'effort. N'est-il pas prodigieux que les théories de Lie en soient là maintenant ?

A. Buhl (Toulouse).

Léon Brillouin. — **Les Tenseurs en Mécanique et en Elasticité.** Cours de Physique théorique. — Un volume gr. in-8° de 372 pages avec nombreuses figures. Prix: 120 francs. Masson & Cie, Paris, 1938.

Bel ouvrage qui servira une grande cause. Nous a-t-on assez dit que les théories relativistes et tensorielles n'étaient que des constructions mathématiques dont le physicien n'avait que faire. Bien plus, je pourrais citer des physiciens qui enseignent encore qu'on ne doit pas avoir recours à ces constructions dans un domaine véritablement physique ! M. Léon Brillouin écrit le présent livre pour que le physicien s'arme des méthodes nouvelles qui d'ailleurs commencent à dater. Le Calcul tensoriel, ou Calcul différentiel absolu, date de Riemann, Christoffel, Voigt, Bianchi, Ricci et Levi-Civita. Il doit des perfectionnements merveilleux à M. Elie Cartan. La Théorie des surfaces ne peut plus s'en passer, la cristallographie, la simple mécanique, l'élasticité, la thermodynamique des solides l'exigent impérieusement. Nous n'avons jamais manqué, ici, de dire toute notre admiration pour l'œuvre d'Albert Einstein et cependant c'est un fait qu'il n'y a pas de calcul einsteinien. Einstein a seulement eu recours à des théories métriques et nous a montré comment on pouvait en faire surgir des lois physiques. Tel est le beau thème qui est repris par M. Léon Brillouin. Disons tout de suite que ce thème est étendu, au delà de l'équation de D'Alembert, vers la Mécanique ondulatoire. Et il semble qu'il y ait là un lot de grandes idées, lot bien suffisant pour présenter dignement l'ouvrage. Détaillons cependant un peu plus et considérons notamment les titres des douze chapitres:

I. *Remarques générales. Tenseurs. Matrices.*
II. *Géométrie vectorielle. Définition des tenseurs.*
III. *Pseudo-tenseurs. Densités et Capacités tensorielles.*
IV. *Opérateurs différentiels utilisables en Géométrie vectorielle.*
V. *Transport parallèle. Dérivée covariante en Géométrie affine.*
VI. *Géométrie métrique. Espace de Riemann.*
VII. *Opérateurs différentiels et dérivée covariante en Géométrie métrique.*
VIII. *Mécanique rationnelle et emploi des Géométries de Riemann..*
IX. *Passage à la Mécanique ondulatoire.*
X. *Elasticité.*
XI. *Ondes élastiques dans les solides.*
XII. *La Théorie des solides et les Quanta.*

Cette simple énumération révèle un plan magnifique. En I, il est naturel que l'on parle tout de suite des tenseurs puisque l'ouvrage leur est consacré. Mais la matrice apparaît immédiatement aussi; c'est, par excellence, l'instrument algébrique de la transformation vectorielle. On peut commencer par là et finir par là avec Dirac; c'est aussi le commencement d'une théorie matricielle analogue à la Théorie des fonctions analytiques. Comparer avec ce qui concerne, ci-après, l'ouvrage Volterra-Hostinsky.

Ensuite III s'oppose à II en diminuant la débauche d'indices du calcul pur. Tous les indices sont logiquement utiles mais, comme l'a encore remarqué M. Elie Cartan, leur abondance masque parfois la réalité géométrique. Il en est de même pour la réalité physique. Il faut savoir condenser. Quant aux densités et capacités, leur apparition a lieu, au fond, sous des signes d'intégration qui ne portent originairement que sur l'étendue géométrique. C'est la mesurabilité de cette étendue qui tend à prendre un caractère physique. D'où, de même, en IV, les laplaciens, les rotationnels, les divergences. Ce n'est encore que l'étendue qui s'organise.

En V, la notion de transport conduit au parallélisme, à un parallélisme qui n'a pas encore besoin d'être métrique et s'accomode tout simplement de la dérivation covariante. Ceci avec une notion générale de courbure.

La Géométrie devient métrique en VI. La métrique est naturellement celle de Riemann. Cela permet d'arriver, en VII, aux géodésiques riemanniennes auxquelles correspondent des mouvements ponctuels tels les mouvements planétaires de la Relativité généralisée. De toutes façons, on touche ici au monde des équations générales d'Einstein.

En VIII, tout naturellement aussi, nous revenons à la Mécanique classique où les constructions énergétiques les plus simples nous donnent des ds^2 de structure riemannienne. Comment se fait-il qu'il y ait encore des hommes de science qui ne voient pas ces admirables harmonies si ce n'est sous des formes qu'ils combattent ? Je pose sincèrement la question sans apercevoir de raison satisfaisante.

Soyons brefs pour les quatre derniers chapitres qui sont ondulatoires et quantiques. L'énergétique s'étend ici aux formes thermiques. Les ondes élastiques conduisent aux pressions de radiation. Les périodicités se figent en quanta. C'est d'une beauté physique incomparable et d'une philosophie profonde. C'est vraiment digne du Collège de France. Grands recours aux ouvrages de M. Bruhat. Emprunts habiles à Weyl, Eddington, De Donder. En province, nous sommes bien quelques-uns, comme M. Bouligand et moi,

qui avons publié et publions des Cours sur ces captivantes questions. M. Léon Brillouin ne nous en voudra certainement pas de signaler cette communion de pensée et d'action. A. BUHL (Toulouse).

G. DOETSCH. — **Theorie und Anwendung der Laplace-Transformation** (Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften in Einzeldarstellungen. Band XLVII). — Un volume gr. in-8° de VIII-436 pages. Prix: RM. 34.50 broché, 36.30 relié. J. Springer, Berlin, 1937.

L'auteur n'est pas à présenter à nos lecteurs. Il a brillamment participé aux *Conférences internationales des Sciences mathématiques* organisées par l'Université de Genève avec une Communication sur *Les Equations aux dérivées partielles du type parabolique* dont on trouvera un résumé dans *L'Enseignement mathématique* (**35,** 1936, p. 43). On peut observer tout de suite qu'entre la transformation de Laplace et les équations aux dérivées partielles, il y a des liens qu'on pourrait d'abord ne pas soupçonner. On les trouve dans la Communication indiquée, par exemple page 62, mais il y avait, de plus, dans la conception laplacienne, tant et tant de choses à l'état latent qu'on peut y voir les germes d'immenses domaines explorés depuis par l'Analyse en ses formes les plus variées. C'est ainsi, par exemple, que le Calcul symbolique de Heaviside a son origine dans la célèbre transformation. Quant à ses aboutissements, ils sont dans les branches les plus récentes de la Physique théorique.

L'idée fondamentale, comme pour toutes choses à grand rendement, est extrêmement simple. Il s'agit d'intégrales en $e^{-st}\,F(t)\,dt$ prises d'abord le long de la demi-droite réelle D qui va de zéro à l'infini. On a ainsi une fonction $f(s)$ à étudier connaissant $F(t)$ à moins qu'il ne faille inversement rechercher F connaissant f. C'est déjà la théorie des équations intégrales qui apparaît. Quant au problème direct, on conçoit son analogie avec celui de la fonction analytique donnée par un ensemble de coefficients tayloriens, problème qui est d'ailleurs dépassé et peut être remplacé par une étude générale des séries de Dirichlet.

On sait aussi que M. Emile Borel a d'abord construit sa théorie du polygone de sommabilité en utilisant une intégrale laplacienne; la chose a été ingénieusement étendue en remplaçant la demi-droite D par des chemins d'intégration plus quelconques. Le polygone borélien peut alors acquérir des côtés circulaires. Ce résultat est rapporté par M. Doetsch à ses propres travaux ainsi qu'à divers autres dus notamment à Pincherle et à Rey Pastor. Que l'on me permette d'ajouter que j'ai donné quelque chose d'analogue, en 1911, dans les *Acta mathematica* ainsi que dans mon fascicule VII du *Mémorial des Sciences mathématiques* (1925, p. 15).

Quant à l'inversion complexe de l'intégrale de Laplace, elle conduit aussi, très immédiatement, aux théorèmes intégraux de Fourier ainsi qu'à une certaine transformation de Mellin à laquelle s'associe la fonction $\zeta(s)$ de Riemann. Comme synthèse, ce n'est déjà pas mal et cependant ce n'est qu'un commencement. Il n'est pas toujours aisé de déterminer F connaissant f ni même d'apercevoir toutes les propriétés de f en partant de celles de F mais il y a une très intéressante théorie de transformations fonctionnelles des f qui se *représente* beaucoup plus simplement sur les F. C'est d'ailleurs là l'idée même d'un calcul symbolique d'une très grande puissance. Telles sont les idées directrices d'une Première partie de l'ouvrage.