Vito Volterra et Bohuslav Hostinsky. — Opérations infinitésimales linéaires. Applications aux Equations différentielles et fonctionnelles (Collection de Monographies Em. Borel). — Un volume gr. in-8° de vii-238 pages. Prix: 80 francs. Gauthier-Villars, ...

Autor(en): **Buhl, A.**

Objekttyp: **BookReview**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **37 (1938)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **05.06.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

Il y a une géométrie des caractéristiques assez analogue à la géométrie riemanienne des $ds^2 = g_{ij}\, dx_i\, dx_j$. C'est pourquoi les théories ondulatoires ont toute la puissance des théories métriques les plus générales.

Pour les équations à coefficients constants, la représentation des solutions par intégrales multiples à noyau exponentiel redevient possible. A signaler les méthodes « de descente ». De même les lemmes de moyenne de Leifur Asgeirsson; c'est de la science à symétrie sphérique qui révèle cependant tout un nouveau monde singulier. Des ondes il faut passer au rayonnement. La fameuse surface des ondes de Fresnel, quoique répondant à un problème bien particulier, n'est cependant pas dédaignée. Mais, par contre, des vues sont ouvertes sur des généralisations presque inquiétantes. Quel cerveau les réalisera ?

Le Chapitre VII revient sur les problèmes précédents par les méthodes du Calcul des variations. Il atteint aux théorèmes d'existence de Douglas concernant le problème de Plateau.

L'ensemble donne, à coup sûr, l'impression d'un ouvrage de très haute science, parfois lacunaire comme montrant ce qui manque à côté de ce qui est acquis. Les emprunts à la science française y sont particulièrement à signaler. Les théories en jeu sont physiquement universelles et semblent pouvoir accueillir les contributions venant des formes les plus diverses de l'intelligence mathématique. A. Buhl (Toulouse).

Vito Volterra et Bohuslav Hostinsky. — **Opérations infinitésimales linéaires. Applications aux Equations différentielles et fonctionnelles** (Collection de Monographies Em. Borel). — Un volume gr. in-8° de vii-238 pages. Prix: 80 francs. Gauthier-Villars, Paris, 1938.

Bel ouvrage sur le Calcul matriciel poussé jusqu'au Calcul fonctionnel inclusivement. Il s'agit d'un ancien Mémoire de M. Volterra (1887) relatif au Calcul différentiel et intégral des substitutions linéaires, Mémoire qui est maintenant complété et ramifié dans les domaines de la microphysique et du Calcul des Probabilités. C'est surtout là que l'influence de M. Hostinsky se fait sentir.

L'idée a toujours été dans l'air depuis qu'on a considéré les matrices comme les quantités ayant, il est vrai, une multiplication non commutative mais ce n'était pas celle-ci qui pouvait s'opposer à une Analyse convenablement généralisée. Et même, cette non-commutativité, si facile à constater au point de vue algébrique, ne demande qu'à jouer tout aussi élégamment dans le domaine infinitésimal. La différentiation s'applique aisément aux matrices et le calcul matriciel s'applique inversement à nombre d'opérations différentielles d'où des différentiations *à gauche* et *à droite* curieusement symétriques. Seulement — que l'on me permette de donner mon humble avis — ceci n'est plus maintenant aussi original que pourrait le croire quelque jeune néophyte qui ne s'en rapporterait qu'à l'ouvrage de MM. Volterra et Hostinsky. Ces deux illustres savants sont gens de génie; quand ils touchent à une question, ils ont l'air de la renouveler entièrement. Cependant quelques comparaisons avec l'état antérieur des choses, me viennent à l'esprit. Ainsi, pages 78 et 79, à propos de la constitution de différentielles exactes, on trouve tout un symbolisme, sinon identique, du moins analogue à celui de la Théorie des groupes. Il y a même là deux systèmes (5) comparables à ceux de Maurer-Cartan

ou à ceux de la Théorie du trièdre mobile à moins qu'on ne préfère les rapprocher des symboles de Riemann nés de la non-permutabilité des dérivées covariantes.

Mais, de toutes façons, l'intérêt est immense. Les faits ici, comme dans les travaux de M. Elie Cartan, sont les transformations et non les objets transformés. Et, quant à la peinture des transformations, le tempérament personnel intervient et peut donner des coloris extrêmement divers. La symétrie et l'esthétique sont particulièrement admirables. Les substitutions ont leurs intégrales curvilignes, leurs lacets, leurs surfaces de Riemann, leurs résidus. Le théorème de Cauchy s'étend alors aux équations différentielles linéaires conformément aux idées de L. Fuchs mais avec un aspect beaucoup plus simple que celui de l'appareil fuchséen.

Les transformations fonctionnelles conduisent aux équations intégrales. Il convient de signaler particulièrement l'équation de Chapman, accompagnée de tout un symbolisme itératif qui change des solutions d'une première équation en d'autres solutions appartenant à celle-ci ou à des équations de structure voisine.

Au fond, les auteurs n'ont point renoncé aux procédés d'autrefois; les méthodes ensemblistes actuelles n'interviennent guère. Les esprits qui ne peuvent se plier à ces dernières — il y en a — trouveront ici une analyse élevée mais de facture particulièrement classique.

Une bibliographie, qui ne comprend pas moins de 35 citations commentées, termine ces belles pages avec nombre de noms français: Appell, Picard, Fréchet, Hadamard, Tannery et Molk. J'aimerais, comme plus haut, à y ajouter Elie Cartan. Et je crois que l'intérêt augmenterait encore si l'on tentait d'établir des comparaisons avec le livre dont l'analyse est faite plus haut dans cette même Bibliographie. Mais n'est-ce pas une chose qui se fera d'elle-même ? A. Buhl (Toulouse).

S. Stoïlow. — **Leçons sur les Principes topologiques de la Théorie des Fonctions analytiques** professées à la Sorbonne et à l'Université de Cernauti (Collection de Monographies Em. Borel). — Un volume gr. in-8° de x-148 pages. Prix: 60 francs. Gauthier-Villars, Paris, 1938.

Ici les méthodes ensemblistes interviennent. C'est même l'essentiel. Au point de vue bibliographique nous pourrons être bref et renvoyer le lecteur à un article de M. B. de Kerékjártó, *Sur la structure des transformations topologiques des surfaces en elles-mêmes*, article publié dans *L'Enseignement mathématique* (**25,** 1936, p. 297). C'est, au moins, l'une des faces de la question traitée par M. Stoïlow.

L'homéomorphie de deux surfaces, transformées l'une en l'autre, n'intéresse pas précisément les surfaces transformées; tout l'intérêt est dans le procédé de transformation. Soulignons, une fois de plus, que c'est là l'esprit moderne qui ne s'attache qu'à l'évolution des choses et non à un substratum qui ne leur est probablement prêté que par un travers de notre esprit.

Les surfaces de Riemann semblent bien être de naissance algébrique; elles ont grandi et s'épanouissent maintenant dans le domaine analytique, traduisant toutes les singularités comme toutes les généralités fonctionnelles nées parfois, comme le théorème de M. Picard, sous des aspects qui pouvaient sembler, au début, étrangers à la conception riemannienne.

Quant à l'ensemblisme, il n'est pas précisément exigé pour la question.